



Wahrscheinlichkeitstheorie und Frequentistische Inferenz

BSc Psychologie WiSe 2021/22

Prof. Dr. Dirk Ostwald

(9) Grundbegriffe Frequentistischer Inferenz

Wahrscheinlichkeitstheorie und Frequentistische Inferenz

Datum	Einheit	Thema
14.10.2021	Einführung	(1) Einführung
21.10.2021	Wahrscheinlichkeitstheorie	(2) Wahrscheinlichkeitsräume
28.10.2021	Wahrscheinlichkeitstheorie	(3) Elementare Wahrscheinlichkeiten
04.11.2021	Wahrscheinlichkeitstheorie	(4) Zufallsvariablen
11.11.2021	Wahrscheinlichkeitstheorie	(5) Multivariate Verteilungen
18.11.2021	Wahrscheinlichkeitstheorie	(6) Erwartungswert, Varianz, Kovarianz
25.11.2021	Wahrscheinlichkeitstheorie	(7) Ungleichungen und Grenzwerte
02.12.2021	Wahrscheinlichkeitstheorie	(8) Transformationen der Normalverteilung
09.12.2021	Frequentistische Inferenz	(9) Grundbegriffe Frequentistischer Inferenz
16.12.2021	Frequentistische Inferenz	(10) Parameterschätzung
	Weihnachtspause	
	Frequentistische Inferenz	(11) Konfidenzintervalle
13.01.2022	Frequentistische Inferenz	(12) Hypothesentests
20.01.2022	Frequentistische Inferenz	(13) Einstichproben-T-Tests
27.01.2022	Frequentistische Inferenz	(14) Zweistichproben-T-Tests
31.01.2022	Klausur	16 - 17 Uhr, G44 - H6
Jul 2022	Klausurwiederholungstermin	

Evidenzbasierte Evaluation von Psychotherapieformen bei Depression

Online Psychotherapie



Klassische Psychotherapie



Becks Depression Inventar (BDI) zur Depressionsdiagnostik

Evidenzbasierte Evaluation von Psychotherapieformen bei Depression

Experimentelle Bedingung
(Gruppen von $n = 50$)

Psychotherapie

Klassisch

Pre-BDI



Post-BDI

Online

Pre-BDI



Post-BDI

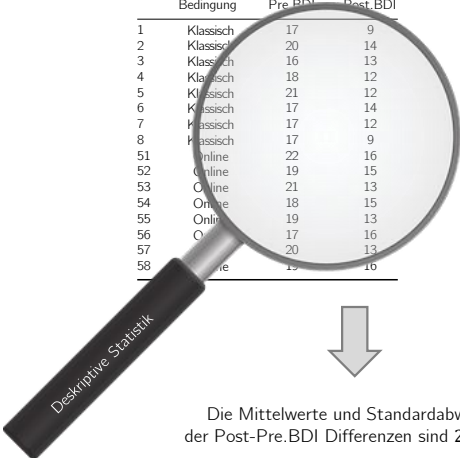
Einlesen des Datensatzes mit read.table()

```
fname      = file.path(getwd(), "9_Daten", "psychotherapie_datensatz.csv")  
D          = read.table(fname, sep = ",", )
```

Daten der ersten acht Proband:innen jeder Gruppe

	Bedingung	Pre.BDI	Post.BDI
1	Klassisch	17	9
2	Klassisch	20	14
3	Klassisch	16	13
4	Klassisch	18	12
5	Klassisch	21	12
6	Klassisch	17	14
7	Klassisch	17	12
8	Klassisch	17	9
51	Online	22	16
52	Online	19	15
53	Online	21	13
54	Online	18	15
55	Online	19	13
56	Online	17	16
57	Online	20	13
58	Online	19	16

Deskriptive Statistik



	Bedingung	Pre.BDI	Post.BDI
1	Klassisch	17	9
2	Klassisch	20	14
3	Klassisch	16	13
4	Klassisch	18	12
5	Klassisch	21	12
6	Klassisch	17	14
7	Klassisch	17	12
8	Klassisch	17	9
51	Online	22	16
52	Online	19	15
53	Online	21	13
54	Online	18	15
55	Online	19	13
56	Online	17	16
57	Online	20	13
58	Online	19	16

Die Mittelwerte und Standardabweichung
der Post-Pre.BDI Differenzen sind 2.89 ± 1.67 .

Frequentistische Statistik

Wahrscheinlichkeitstheorie

Probabilistisches Modell

$(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P}), X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Frequentistische Inferenzstatistik

	Bedingung	Pre BDI	Post BDI
1	Klassisch	17	9
2	Klassisch	20	14
3	Klassisch	16	13
4	Klassisch	18	12
5	Klassisch	21	12
6	Klassisch	17	14
7	Klassisch	17	12
8	Klassisch	17	9
51	Online	22	16
52	Online	19	15
53	Online	21	13
54	Online	18	15
55	Online	19	13
56	Online	17	16
57	Online	20	13
58	Online	19	16



Wir lehnen die Nullhypothese keines Unterschiedes zwischen den Therapiebedingungen ab ($T = 2.7, p < 0.05$).

Bayesianische Statistik

Wahrscheinlichkeitstheorie

Probabilistisches Modell

$(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P}), X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Bayesianische Statistik

	Bedingung	Pre-BDI	Post-BDI
1	Klassisch	17	9
2	Klassisch	20	14
3	Klassisch	16	13
4	Klassisch	18	12
5	Klassisch	21	12
6	Klassisch	17	14
7	Klassisch	17	12
8	Klassisch	17	9
51	Online	22	16
52	Online	19	15
53	Online	21	13
54	Online	18	15
55	Online	19	13
56	Online	17	16
57	Online	20	13
58	Online	19	16



Die Wahrscheinlichkeit für einen Unterschied der Erwartungswertparameter ist größer als 0.63.

Maschinelles Lernen



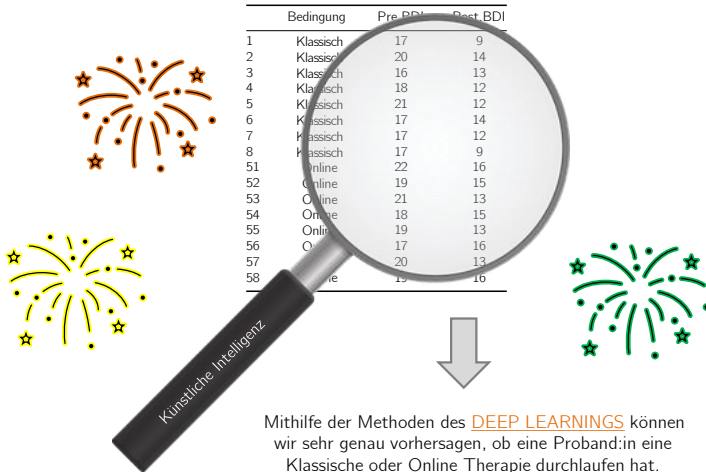
	Bedingung	Pre_BDI	Post_BDI
1	Klassisch	17	9
2	Klassisch	20	14
3	Klassisch	16	13
4	Klassisch	18	12
5	Klassisch	21	12
6	Klassisch	17	14
7	Klassisch	17	12
8	Klassisch	17	9
51	Online	22	16
52	Online	19	15
53	Online	21	13
54	Online	18	15
55	Online	19	13
56	Online	17	16
57	Online	20	13
58	Online	19	16

Maschinelles Lernen



Wir können mit 87% Genauigkeit vorhersagen, ob eine Proband:in eine Klassische oder Online Therapie durchlaufen hat.

Künstliche Intelligenz



Statistische Modelle

Statistiken und Schätzer

Standardprobleme Frequentistischer Inferenz

Selbstkontrollfragen

Statistische Modelle

Statistiken und Schätzer

Standardprobleme Frequentistischer Inferenz

Selbstkontrollfragen

Definition (Statistisches Modell)

Ein *statistisches Modell* ist ein Tripel

$$\mathcal{M} := (\mathcal{X}, \mathcal{A}, \{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\}) \quad (1)$$

bestehend aus einem *Stichprobenraum* $\mathcal{X}$, einer σ -Algebra $\mathcal{A}$ auf $\mathcal{X}$ und einer mindestens zweielementigen Menge $\{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\}$ von Wahrscheinlichkeitsmaßen auf $(\mathcal{X}, \mathcal{A})$, die mit einer Menge Θ indiziert sind.

Bemerkungen

- Im Gegensatz zum W-Raum betrachten wir zwei oder mehr W-Maße.
- Das jeweils zugrundeliegende Wahrscheinlichkeitsmaß ist mit $\theta \in \Theta$ indiziert.
- Für Erwartungswerte und (Ko)Varianzen bezüglich $\mathbb{P}_\theta$ schreiben wir $\mathbb{E}_\theta, \mathbb{V}_\theta, \mathbb{C}_\theta$.

Definition (Parametrische, Standard- und Produktmodelle)

- Ein statistisches Modell $\mathcal{M}$ heißt ein *parametrisches Modell*, wenn $\Theta \subset \mathbb{R}^d$ für ein $d \in \mathbb{N}$ ist. Für $d = 1$ heißt $\mathcal{M}$ ein *einparametrisches Modell*.
- Ein statistisches Modell $\mathcal{M}$ heißt ein *diskretes Modell*, wenn $\mathcal{X}$ diskret ist. Jedes $\mathbb{P}_\theta$ besitzt dann eine WMF p_θ definiert durch $p_\theta := \mathbb{P}_\theta(x)$. Ein statistisches Modell $\mathcal{M}$ heißt ein *stetiges Modell*, wenn $\mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$ ist und jedes $\mathbb{P}_\theta$ eine WDF p_θ besitzt.
- Für ein statistisches Modell $\mathcal{M}_0 := (\mathcal{X}_0, \mathcal{A}_0, \{\mathbb{P}_\theta^0 | \theta \in \Theta\})$ und $n > 1$ heißt das statistische Modell $\mathcal{M} := (\mathcal{X}, \mathcal{A}, \{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\})$, für welches $\mathcal{X} := \times_{i=1}^n \mathcal{X}_0$ das n -fache kartesische Produkt von $\mathcal{X}_0$ mit sich selbst ist, $\mathcal{A}$ die entsprechende Produkt- σ -Algebra ist, und $\{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\}$ die entsprechende Menge an Produktmaßen $\prod_{i=1}^n \mathbb{P}_\theta^0$ ist, das zu $\mathcal{M}_0$ gehörige *Produktmodell*.

Bemerkungen

- Der Vorgang des Beobachtens, der ein zufälliges Ergebnis liefert, wird mit Zufallsvektoren X , die Werte in $\mathcal{X}$ annehmen, beschrieben. Im Kontext statistischer Modelle nennt man diese Zufallsvektoren *Beobachtung*, *Messung*, oder *Stichprobe*. Ihre Realisierungen $x \in \mathcal{X}$, also konkret vorliegende Datenwerte, werden *Beobachtungswert*, *Messwert*, *Stichprobenwert* oder *Datensatz* genannt.
- Produktmodelle modellieren die unabhängige Wiederholung eines Einzelexperiments. Der entsprechende Zufallsvektor $X := (X_1, \dots, X_n)$ entspricht dann einer Menge von unabhängigen Zufallsvariablen/vektoren $X_1, \dots, X_n \sim \mathbb{P}_\theta^0$.
- Wenn für ein Produktmodell die Menge $\mathcal{X}_0$ eindimensional ist, also z.B. $\mathcal{X}_0 = \mathbb{R}$ gilt, spricht man von einem *univariaten statistischen Modell*. Wenn für ein Produktmodell die Menge $\mathcal{X}_0$ mehrdimensional ist, also z.B. $\mathcal{X}_0 = \mathbb{R}^m$, $m > 1$ ist, spricht man auch von *multivariaten statistischen Modellen*. Wir betrachten in diesem Kurs nur univariate statistische Modelle.
- Die am häufigsten angewendeten statistischen Modelle sind parametrische stetige Produktmodelle.
- In einem konkreten Datenanalyseproblem nimmt man an, dass die beobachteten Stichprobenwerte $x = (x_1, \dots, x_n)$ der Stichprobe $X = (X_1, \dots, X_n)$ durch $\mathbb{P}_{\hat{\theta}}$ generiert wurde, wobei $\hat{\theta}$ hier den *wahren, aber unbekannten, Parameterwert* bezeichnet. Der wahre, aber unbekannten, Parameterwert $\bar{\theta}$ bleibt auch nach der statistischen Analyse unbekannt.
- In der mathematischen Analyse von Inferenzmethoden betrachtet man alle möglichen wahren, aber unbekannten, Parameterwerte, schreibt also einfach $\{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\}$.

Beispiel (1)

Definition (Bernoullimodell)

Das univariate parametrische Produktmodell

$$\mathcal{M} := (\mathcal{X}, \mathcal{A}, \{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\}) \quad (2)$$

mit

$$\mathcal{X} := \{0, 1\}^n, \mathcal{A} := \mathcal{P}(\{0, 1\}^n), \theta := \mu, \Theta :=]0, 1[, \quad (3)$$

also

$$\{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\} := \left\{ \prod_{i=1}^n \text{Bern}(\mu) | \mu \in]0, 1[\right\}, \quad (4)$$

und damit

$$X_1, \dots, X_n \sim \text{Bern}(\mu) \text{ mit } \mu \in]0, 1[, \quad (5)$$

heißt *Bernoullimodell*.

Bemerkung

- Das Bernoullimodell spielt in der statistischen Anwendung eine eher untergeordnete Rolle.

Beispiel (2)

Definition (Normalverteilungsmodell)

Das univariate parametrische Produktmodell

$$\mathcal{M} := (\mathcal{X}, \mathcal{A}, \{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\}) \quad (6)$$

mit

$$\mathcal{X} := \mathbb{R}^n, \mathcal{A} := \mathcal{B}(\mathbb{R}^n), \theta := (\mu, \sigma^2), \Theta := \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0}, \quad (7)$$

also

$$\{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\} := \left\{ \prod_{i=1}^n N(\mu, \sigma^2) | (\mu, \sigma^2) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0} \right\}, \quad (8)$$

und damit

$$X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2) \text{ mit } (\mu, \sigma^2) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0} \quad (9)$$

heißt Normalverteilungsmodell

Bemerkungen

- Das Normalverteilungsmodell ist Grundlage der allermeisten populären statistischen Verfahren.
- Diese Verfahren werden im Allgemeinen Linearen Modell integrativ betrachtet.
- Das Modell ist grundlegend durch normalverteiltes Rauschen, nicht “normalverteilte Populationen,” motiviert.

Statistische Modelle

Statistiken und Schätzer

Standardprobleme Frequentistischer Inferenz

Selbstkontrollfragen

Definition (Statistik)

$\mathcal{M} := (\mathcal{X}, \mathcal{A}, \{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\})$ sei ein statistisches Modell und $(\Sigma, \mathcal{S})$ sei ein Messraum. Dann wird eine Zufallsvariable

$$S : \mathcal{X} \rightarrow \Sigma \quad (10)$$

Statistik genannt.

Bemerkungen

- Beobachtungen und Statistiken werden durch Zufallsvariablen modelliert.
- Beobachtungen modellieren die stochastische Generation von Daten
- Statistiken modellieren von Datenanalyst:innen konstruierte Funktionen, die aufgrund von Beobachtungen essentielle Größen extrahieren, aus denen sich sinnvolle Schlüsse ziehen lassen.

Beispiele (Statistiken)

$\mathcal{M}$ sei das Normalverteilungsmodell. Dann sind zum Beispiel folgende Zufallsvariablen Statistiken:

- Das *Stichprobenmittel*

$$\bar{X}_n : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, X \mapsto \bar{X}_n(X) := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad (11)$$

- Die *Stichprobenvarianz*

$$S_n^2 : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}, X \mapsto S_n^2(X) := \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2, \quad (12)$$

- Die *Stichprobenstandardabweichung*

$$S_n : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}, X \mapsto S_n(X) := \sqrt{S_n^2}, \quad (13)$$

- Die *T-Statistik*

$$T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, X \mapsto T(X) := \sqrt{n} \left(\frac{\bar{X}_n}{S_n} \right). \quad (14)$$

Definition (Schätzer)

$\mathcal{M} := (\mathcal{X}, \mathcal{A}, \{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\})$, $(\Sigma, \mathcal{S})$ sei ein Messraum, und $\tau : \Theta \rightarrow \Sigma$ sei eine Abbildung, die jedem $\theta \in \Theta$ eine Kenngröße $\tau(\theta) \in \Sigma$ zuordnet. Eine Statistik

$$\hat{\tau} : \mathcal{X} \rightarrow \Sigma \quad (15)$$

heißt dann ein *Schätzer* für τ .

Bemerkungen

- Typische Beispiele für τ sind
 - $\tau(\theta) := \theta$ für die Schätzung von θ ,
 - $\tau(\theta) := \theta_i$ mit $\theta \in \mathbb{R}^d$, $d > 1$ für die Schätzung einer Komponente von θ ,
 - $\tau(\theta) := \mathbb{E}_\theta(X_0)$ für die Schätzung des Erwartungswerts einer Beobachtung,
 - $\tau(\theta) := \mathbb{V}_\theta(X_0)$ für die Schätzung der Varianz einer Beobachtung.
- Schätzer nehmen Zahlwerte in Σ an und heißen deshalb auch *Punktschätzer*.
- Nicht jeder Schätzer ist ein guter Schätzer, man definiert deshalb *Schätzgütekriterien*.
- Für $\hat{\tau}$ bei $\tau(\theta) := \theta$ schreibt man auch $\hat{\theta}$

Beispiele (Schätzer)

$\mathcal{M}$ sei das Normalverteilungsmodell.

- Dann ist zum Beispiel das Stichprobenmittel $\bar{X}_n : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ein Schätzer für

$$\tau : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}, (\mu, \sigma^2) \mapsto \tau(\mu, \sigma^2) := \mu. \quad (16)$$

Ebenso ist $\bar{X}_n$ ein Schätzer für

$$\tau : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}, (\mu, \sigma^2) \mapsto \tau(\mu, \sigma^2) := \mathbb{E}_{\mu, \sigma^2}(X_0) = \mu. \quad (17)$$

- Weiterhin ist die konstante Funktion

$$\hat{\tau} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \hat{\tau}(X) := 42 \quad (18)$$

ein Schätzer für

$$\tau : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}, (\mu, \sigma^2) \mapsto \tau(\mu, \sigma^2) := \sigma^2. \quad (19)$$

Dass eine Funktion $\hat{\tau} : \mathcal{X} \rightarrow \Sigma$ ein Schätzer ist, heißt nicht, dass sie ein guter Schätzer ist!

Gütekriterien für Schätzer sind der Inhalt von Vorlesungseinheit (10) Schätzereigenschaften.

Statistische Modelle

Statistiken und Schätzer

Standardprobleme Frequentistischer Inferenz

Selbstkontrollfragen

(1) Parameterschätzung

Ziel der Parameterschätzung ist es, einen möglichst guten Tipp für den wahren, aber unbekannten, Parameterwert (oder eine Funktion dessen) abzugeben, typischerweise basierend auf der Beobachtung einer Realisierung von $X_1, \dots, X_n \sim p_\theta$.

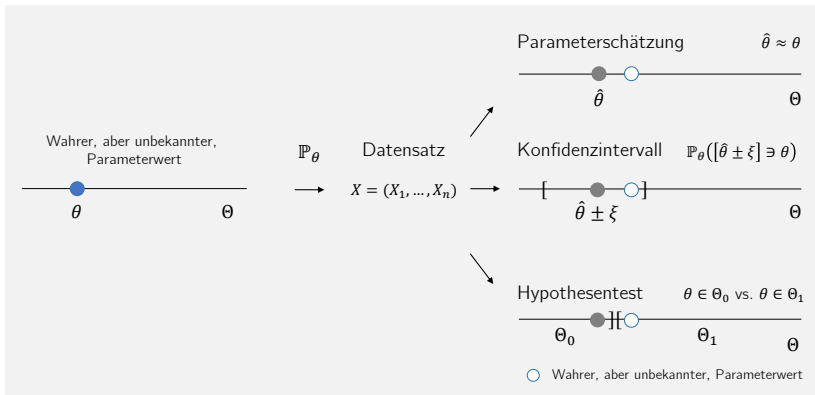
(2) Konfidenzintervalle

Das Ziel der Bestimmung von Konfidenzintervallen ist es, basierend auf der Verteilung möglicher Parameterschätzwerte eine quantitative Aussage über die mit dem Schätzwert assoziierte Unsicherheit zu treffen.

(3) Hypothesentests

Das Ziel der Auswertung von Hypothesentests ist es, basierend auf der angenommenen Verteilung der Beobachtungen $X_1, \dots, X_n$ in einer möglichst sinnvollen Form zu entscheiden, ob der wahre, aber unbekannte Parameterwert, in einer von zwei sich gegenseitig ausschließenden Untermengen des Parameterraumes, welche man als Hypothesen bezeichnet, liegt.

Standardprobleme Frequentistischer Inferenz



Standardannahmen frequentistischer Inferenz

$\mathcal{M}$ sei ein statistisches Modell mit $X_1, \dots, X_n \sim p_\theta$. Es wird angenommen, dass ein vorliegender Datensatz eine der möglichen Realisierungen von $X_1, \dots, X_n \sim p_\theta$ ist.

Aus frequentistischer Sicht kann man das Experiment unendlich oft wiederholen und zu jedem Datensatz Schätzer oder Statistiken auswerten, z.B. das Stichprobenmittel:

$$\text{Datensatz (1)} : x^{(1)} = \left(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)} \right) \text{ mit } \bar{x}_n^{(1)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^{(1)}$$

$$\text{Datensatz (2)} : x^{(2)} = \left(x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots, x_n^{(2)} \right) \text{ mit } \bar{x}_n^{(2)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^{(2)}$$

$$\text{Datensatz (3)} : x^{(3)} = \left(x_1^{(3)}, x_2^{(3)}, \dots, x_n^{(3)} \right) \text{ mit } \bar{x}_n^{(3)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^{(3)}$$

$$\text{Datensatz (4)} : x^{(4)} = \left(x_1^{(4)}, x_2^{(4)}, \dots, x_n^{(4)} \right) \text{ mit } \bar{x}_n^{(4)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^{(4)}$$

$$\text{Datensatz (5)} : x^{(5)} = \dots$$

Um die Qualität statistischer Methoden zu beurteilen betrachtet die frequentistische Statistik deshalb die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Schätzern und Statistiken unter Annahme von $X_1, \dots, X_n \sim p_\theta$. Was zum Beispiel ist die Verteilung von $\bar{x}_n^{(1)}, \bar{x}_n^{(2)}, \bar{x}_n^{(3)}, \bar{x}_n^{(4)}, \dots$ also die Verteilung der Zufallsvariable $\bar{X}_n := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$?

Wenn eine statistische Methode im Sinne der frequentistischen Standardannahmen "gut" ist, dann heißt das also, dass sie bei häufiger Anwendung "im Mittel gut" ist.

Im Einzelfall, also im Normalfall nur eines vorliegenden Datensatzes, kann sie auch "schlecht" sein.

Evidenzbasierte Evaluation von Psychotherapieformen bei Depression

Online Psychotherapie



Klassische Psychotherapie



Becks Depression Inventar (BDI) zur Depressionsdiagnostik

Evidenzbasierte Evaluation von Psychotherapieformen bei Depression

Experimentelle Bedingung
(Gruppen von $n = 50$)

Psychotherapie

Klassisch

Pre-BDI



Post-BDI



Online

Pre-BDI



Post-BDI



Standardprobleme Frequentistischer Inferenz

Einlesen des Datensatzes mit `read.table()`

```
fname = file.path(getwd(), "9_Daten", "psychotherapie_datensatz.csv")
D = read.table(fname, sep = ",", as.is = TRUE)
```

Daten der ersten acht Proband:innen jeder Gruppe

	Bedingung	Pre.BDI	Post.BDI
1	Klassisch	17	9
2	Klassisch	20	14
3	Klassisch	16	13
4	Klassisch	18	12
5	Klassisch	21	12
6	Klassisch	17	14
7	Klassisch	17	12
8	Klassisch	17	9
51	Online	22	16
52	Online	19	15
53	Online	21	13
54	Online	18	15
55	Online	19	13
56	Online	17	16
57	Online	20	13
58	Online	19	16

Standardannahmen der Frequentistischen Inferenz

Wir legen das Normalverteilungsmodell zugrunde, d.h. wir nehmen an, dass die BDI Werte Realisierungen von u.i.v. Zufallsvariablen

$$X_{ijk} \sim N(\mu_{ij}, \sigma^2), i = 1, 2, j = 1, 2, k = 1, \dots, n_i \quad (20)$$

wobei $i \in \{1, 2\}$ die experimentelle Bedingung (1 = Klassisch, 2 = Online), $j \in \{1, 2\}$ den Zeitpunkt der Messung (1 = Pre, 1 = Post) und $k \in \mathbb{N}_i$ den Proband:innen Index in der i ten experimentellen Bedingung bezeichnen sollend Dies entspricht der Annahme, dass sich der BDI Wert einer Proband:in durch Addition einer normalverteilten Fehlervariable mit Erwartungswertparameter 0 und Varianzparameter σ^2 zu den innerhalb einer Versuchsbedingung und einer Messung identischen Wert μ_{ij} ergibt.

Standardprobleme der Frequentistischen Inferenz

- (1) Was sind sinnvolle Tipps für die wahren, aber unbekannten, Parameterwerte μ_{ij} und σ^2 ?
- (2) Wie hoch ist im frequentistischen Sinn die mit diesen Tipps assoziierte Unsicherheit?
- (3) Entscheiden wir uns sinnvollerweise für die Hypothese, dass gilt

$$(\mu_{12} - \mu_{11}) - (\mu_{21} - \mu_{22}) \neq 0? \quad (21)$$

Statistische Modelle

Statistiken und Schätzer

Standardprobleme Frequentistischer Inferenz

Selbstkontrollfragen

Selbstkontrollfragen

1. Definieren und erläutern Sie den Begriff des statistischen Modells.
2. Definieren und erläutern Sie den Begriff eines parametrischen statistischen Produktmodells.
3. Erläutern Sie den Unterschied zwischen univariaten und multivariaten statistischen Modellen.
4. Formulieren Sie das Bernoulli-Modell.
5. Formulieren Sie das Normalverteilungsmodell.
6. Definieren und erläutern Sie den Begriff der Statistik.
7. Definieren und erläutern Sie den Begriff des Schätzers.
8. Nennen und erläutern Sie die Standardprobleme der frequentistischen Inferenz.
9. Erläutern Sie die Standardannahmen der frequentistischen Inferenz.