



Multivariate Verfahren

MSc Psychologie & MSc Klinische Psychologie und Psychotherapie
Wintersemester 2024/2025

Joram Soch

Seminar *Multivariate Verfahren*, WiSe 2024/2025

- MSc Psy: donnerstags, 11-13 Uhr, G05-210
- MSc KliPP: donnerstags, 13-15 Uhr, G10-110
- Kursmaterialien (Seminarblätter, Quellcode) auf der [Kurswebseite](#)
- Ankündigungen (Termine, Klausur) über die [Moodleseite](#)

Form des Leistungsnachweises

- Präsentation eines Seminarblattes mit **R**-Anwendungsbeispielen
- Terminvergabe via OvGU-Cloud, Link zur Tabelle in Moodle
- Gehen Sie den **R**-Code bitte Zeile für Zeile durch.
- Klären Sie jede auftretende Unklarheit, z.B. mit [ChatGPT](#).
- Nutzen Sie zur Dokumentation [Quarto](#).

Erforderliche Software

- [VS Code](#): Entwicklungsumgebung für Programmierung
- [R](#): Programmiersprache mit Schwerpunkt Statistik
- [Quarto](#): wissenschaftlich-technisches Publikationssystem
- Einführung in Quarto: [SoSe 2023 \(Folien\)](#); [SoSe 2024 \(Folien\)](#)

(1) Einführung

(Beispiel: Einstichproben- T^2 -Tests)

Einstichproben-T-Tests

Abweichung des wahren, aber unbekanntem, Erwartungswertparameters

vom Nullhypothesenwert $\mu_0 := 0$ (keine Differenz)?

ID	PreBDI	PostBDI	dBDI
1	29	25	4
2	32	27	5
3	28	31	-3
4	36	22	14
5	32	29	3
6	28	28	0
7	33	30	3
8	33	26	7
9	33	28	5
10	30	28	2
11	36	25	11
12	32	31	1
13	29	31	-2
14	24	29	-5
15	35	32	3
16	31	29	2
17	31	23	8
18	34	25	9
19	34	23	11
20	33	26	7

Einstichproben-T-Tests

Daten

$$y_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n \quad (1)$$

Modell

$$y_i = \mu + \varepsilon_i \quad \text{mit} \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \quad \text{für} \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

Ausgangssituation

$$\mu \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad \sigma^2 \in \mathbb{R}_{>0} \quad \text{unbekannt} \quad (3)$$

Nullhypothese

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \Rightarrow \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad (4)$$

Parameterschätzer

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad \text{und} \quad s_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (5)$$

Teststatistik

$$T = \sqrt{n} \left(\frac{\bar{y} - \mu_0}{s_y} \right) \quad (6)$$

Verteilung der Teststatistik

$$T \sim t(\delta, n-1) \quad \text{mit} \quad \delta = \sqrt{n} \left(\frac{\mu - \mu_0}{\sigma} \right) \quad (7)$$

Signifikanzlevel, kritischer Wert, p-Wert

$$k_{\alpha_0} = T^{-1} \left(1 - \frac{\alpha_0}{2}; n-1 \right) \quad \text{und} \quad \text{p-Wert} = 2(1 - T(|t|; n-1)) \quad (8)$$

Abweichung des wahren, aber unbekannten, Erwartungswertparameters

vom Therapieerfolgsnormwert $\mu_0 := (30, 3.5)^T$?

ID	dBDI	dGLU
1	35	6.1
2	25	4.0
3	20	1.7
4	29	2.6
5	29	1.9
6	17	0.9
7	33	2.0
8	28	4.1
9	26	3.9
10	31	3.8
11	14	2.1
12	18	2.0
13	19	5.0
14	28	2.6
15	20	2.1
16	35	4.4
17	28	4.0
18	32	3.9
19	32	1.0
20	25	1.9

Einstichproben- T^2 -Tests

Daten

$$y_i \in \mathbb{R}^m, \quad i = 1, \dots, n \quad (9)$$

Modell

$$y_i = \mu + \varepsilon_i \quad \text{mit} \quad \varepsilon_i \sim N(0_m, \Sigma) \quad \text{für} \quad i = 1, \dots, n \quad (10)$$

Ausgangssituation

$$\mu \in \mathbb{R}^m \quad \text{und} \quad \Sigma \in \mathbb{R}^{m \times m} \quad \text{unbekannt} \quad (11)$$

Nullhypothese

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{mit} \quad \mu_0 \in \mathbb{R}^m \quad \Rightarrow \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad (12)$$

Parameterschätzer

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad \text{und} \quad C = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(y_i - \bar{y})^T \quad (13)$$

Teststatistik

$$T^2 = n(\bar{y} - \mu_0)^T C^{-1} (\bar{y} - \mu_0) \quad (14)$$

Verteilung der skalierten Teststatistik

$$\nu T^2 \sim f(\delta, m, n - m) \quad \text{mit} \quad \nu = \frac{n - m}{(n - 1)m} \quad \text{und} \quad \delta = n(\mu - \mu_0)^T \Sigma^{-1} (\mu - \mu_0) \quad (15)$$

Signifikanzlevel, kritischer Wert, p-Wert

$$k_{\alpha_0} = \nu^{-1} F^{-1}(1 - \alpha_0; m, n - m) \quad \text{und} \quad \text{p-Wert} = 1 - F(\nu t^2; m, n - m) \quad (16)$$