

Klausurreport »Allgemeines Lineares Modell«, SoSe 2026

Die Klausur zur Vorlesung “Allgemeines Lineares Modell” (Modul B2: Inferenzstatistik) im Sommersemester 2026 wurde am 17.07.2026 von 10:00 bis 11:00 Uhr in den Computer-Pools des Universitätsrechenzentrums (URZ) als elektronische Klausur (E-Klausur) mit 63 Teilnehmenden durchgeführt. Sie bestand aus 30 Multiple-Choice-Aufgaben mit jeweils vier Antwortmöglichkeiten und jeweils genau einer richtigen Antwort. Die Klausur ist diesem Bericht beigelegt, richtige Antworten sind auf der letzten Seite angegeben.

Bewertungsschema

Die Aufteilung der zugelassenen Noten auf die erreichten Prozentpunkte wurde anhand untenstehender Tabelle vorgenommen. Diese trifft folgende Zuordnung der erreichten Prozentpunkte zu den zugelassenen Noten anhand von geschlossenen Intervallen gerundeter Prozentpunkte.

$\leq$	$\geq$	Note
100	95	1,0
94	90	1,3
89	85	1,7
84	80	2,0
79	75	2,3
74	70	2,7
69	65	3,0
64	60	3,3
59	55	3,7
54	50	4,0
49	0	5,0

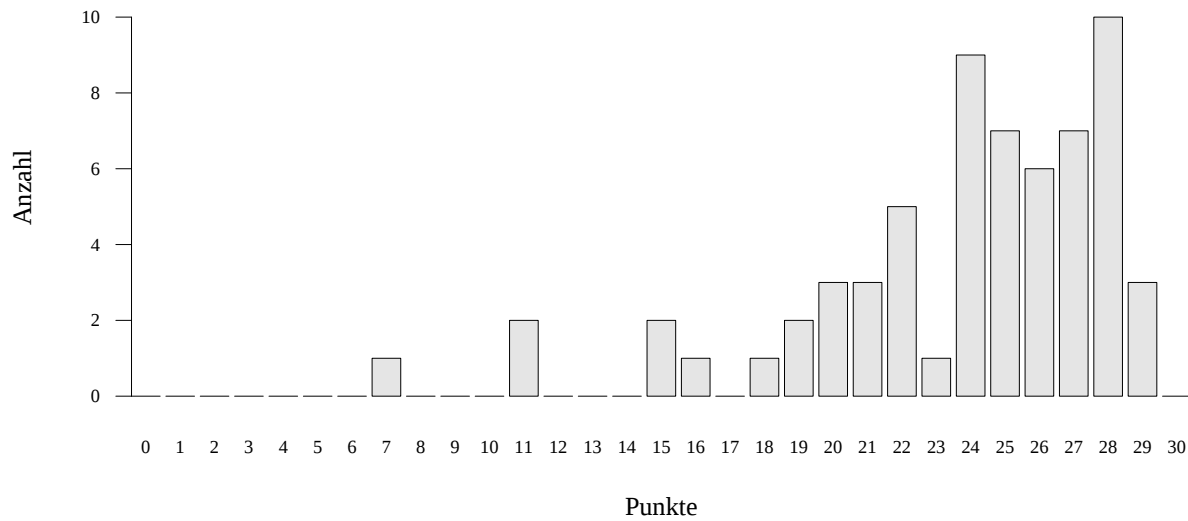
Es ergibt sich folgendes Punktenotenschema, wobei < 15 Punkte mit 5,0 bewertet wurden.

Punkte	Prozent	Note
30	100,0	1,0
29	96,7	1,0
28	93,3	1,3
27	90,0	1,3
26	86,7	1,7
25	83,3	2,0
24	80,0	2,0
23	76,7	2,3
22	73,3	2,7
21	70,0	2,7
20	66,7	3,0
19	63,3	3,3
18	60,0	3,3
17	56,7	3,7
16	53,3	4,0
15	50,0	4,0

Ergebnisse

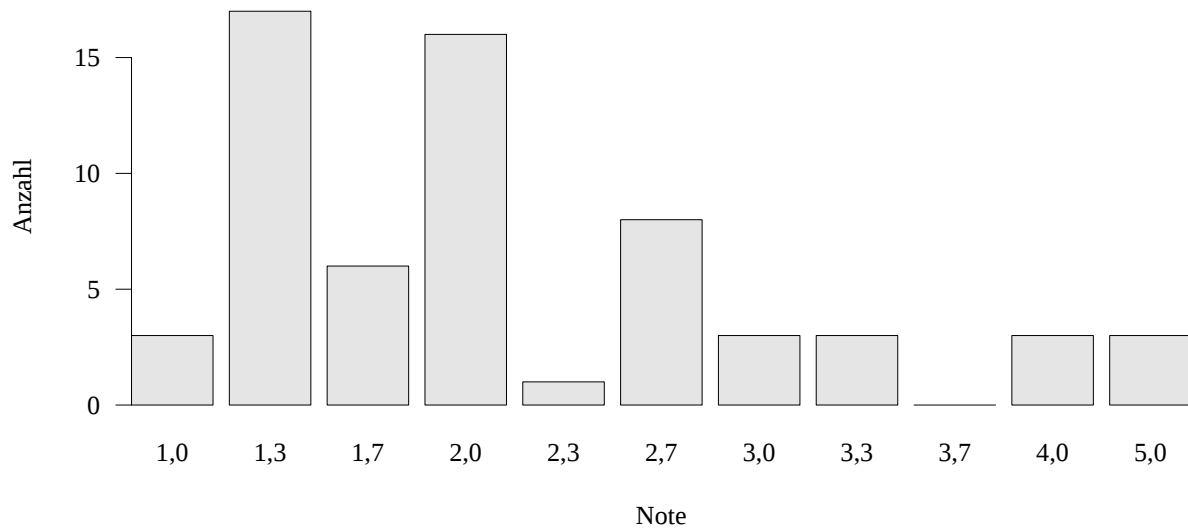
Die nachfolgende Abbildung zeigt die absolute Häufigkeitsverteilung der erzielten Punkte.

Median: 25.0, Mittelwert: 23.7, Mittelwert (bestanden): 24.4, Gleitklauselgrenze: 18.4, n = 63

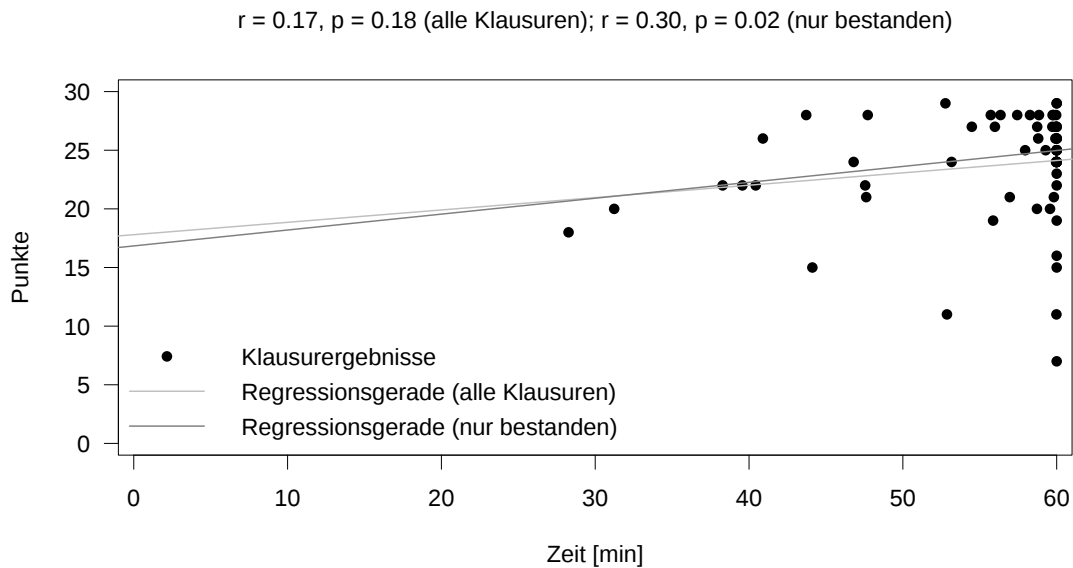


Die nachfolgende Abbildung zeigt die absolute Häufigkeitsverteilung der erreichten Noten.

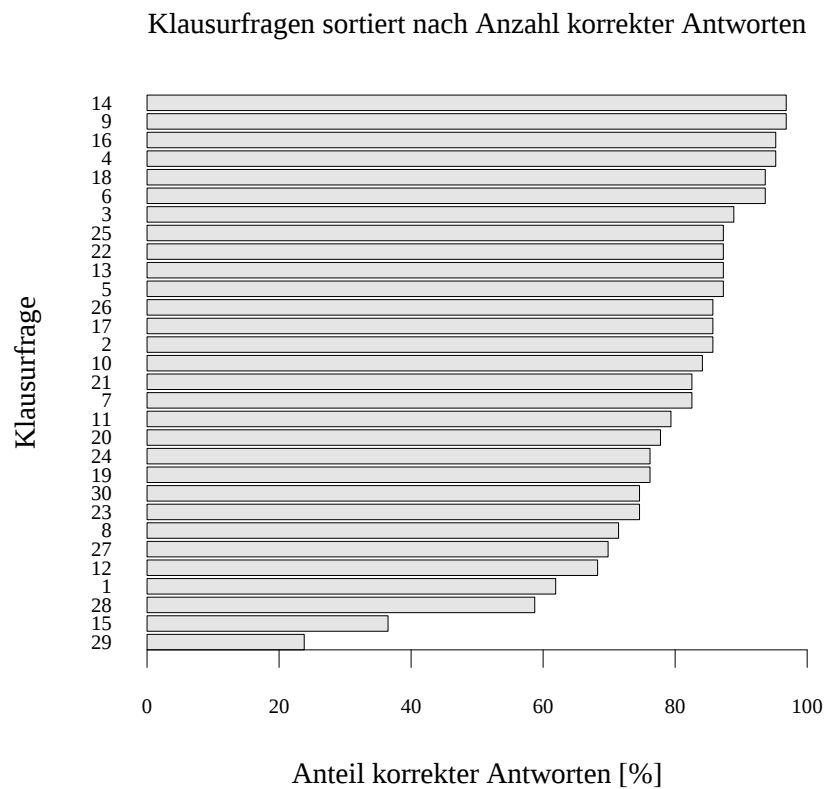
Median: 2.0, Mittelwert: 2.18, Mittelwert (bestanden): 2.04, n = 63 (bestanden: 60)



Die nachfolgende Abbildung zeigt, dass verbrauchte Zeit (= Dauer von Start der Klausur bis zu elektronischer Abgabe) nicht mit erreichter Punktzahl (= Anzahl richtig beantworteter Fragen) korreliert, wenn nicht-bestandene Klausuren aus dem Datensatz entfernt werden.



Die nachfolgende Abbildung zeigt die Reihenfolge der Klausurfragen, wenn man sie nach Anteil korrekter Antworten über alle Teilnehmenden hinweg sortiert. Dieser Anteil kann annäherungsweise als umgekehrter Schweregrad einer Frage interpretiert werden.



OTTO-VON-GUERICKE-UNIVERSITÄT MAGDEBURG
Fakultät für Naturwissenschaften
Institut für Psychologie
Lehrstuhl Methodenlehre I
Dr. rer. nat. Joram Soch

Klausur "Allgemeines Lineares Modell"
(Modul B2: Inferenzstatistik)
Termin: 17.07.2026

Name, Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

Bearbeitungshinweise:

- Die Klausur besteht aus **30 Aufgaben**.
- Sie haben zur Bearbeitung **60 Minuten** Zeit.
- Bei jeder Aufgabe sind jeweils **vier Antwortmöglichkeiten** vorgegeben.
- Es trifft **immer genau eine** Antwort zu.
- Bitte kreuzen Sie bei jeder Aufgabe nur die **zutreffende Antwort** an.
- Für jede **richtig gelöste Aufgabe** erhalten Sie einen Punkt.
- Die Klausur ist bestanden, wenn Sie mindestens **15 Punkte** erreichen.

Viel Erfolg!

1. Welche Form nehmen die Maximum-Likelihood-Schätzer für den Offsetparameter β_0 und den Steigungsparameter β_1 im Modell der einfachen linearen Regression für einen Datensatz (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$ an?
 - a) $\hat{\beta}_1$ entspricht dem Quotienten aus Stichprobenvarianz der y_i und Stichprobenvarianz der x_i , $\hat{\beta}_0$ ergibt sich als Stichprobenmittel der y_i , minus $\hat{\beta}_1$ mal Stichprobenmittel der x_i .
 - b) $\hat{\beta}_1$ entspricht dem Quotienten aus Stichprobenkovarianz der (x_i, y_i) und Stichprobenvarianz der y_i , $\hat{\beta}_0$ ergibt sich als Stichprobenmittel der y_i , minus $\hat{\beta}_1$ mal Stichprobenmittel der x_i .
 - c) $\hat{\beta}_1$ entspricht dem Quotienten aus Stichprobenkovarianz der (x_i, y_i) und Stichprobenvarianz der x_i , $\hat{\beta}_0$ ergibt sich als Stichprobenmittel der y_i , minus $\hat{\beta}_1$ mal Stichprobenmittel der x_i .
 - d) $\hat{\beta}_1$ entspricht der Stichprobenkovarianz der (x_i, y_i) , $\hat{\beta}_0$ ergibt sich als das Stichprobenmittel der y_i .
2. Welche Aussage zur Definition einer Ausgleichsgerade f_β trifft NICHT zu?
 - a) f_β ist eine linear-affine Funktion.
 - b) Es gilt $f_\beta(x) := \beta_0 + \beta_1 x^2$.
 - c) Die Ausgleichsgerade ist mit Bezug zu einem Datensatz definiert.
 - d) Die Ausgleichsgerade minimiert eine Funktion von quadrierten vertikalen Abweichungen.
3. Welche Aussage zum Bestimmtheitsmaß R^2 bei Ausgleichsgerade und Korrelation trifft NICHT zu?
 - a) R^2 ist die quadrierte Stichprobenkorrelation eines Datensatzes.
 - b) Es gilt $0 \leq R^2 \leq 1$.
 - c) $R^2 = 0$ beschreibt eine denkbar schlechte Erklärung der Daten durch die Ausgleichsgerade.
 - d) R^2 ergibt sich aus dem Verhältnis von residual sum of squares und total sum of squares.
4. Welche Aussage über Stichprobenkorrelationen ist NICHT korrekt?
 - a) Häufige richtungsgleiche Abweichung der x_i und y_i von ihren Mittelwerten führt im Allgemeinen zu einer positiven Korrelation.
 - b) Häufige richtungsungleiche Abweichung der x_i und y_i von ihren Mittelwerten führt im Allgemeinen zu einer negativen Korrelation.
 - c) Halten sich richtungsgleiche und richtungsungleiche Abweichungen die Waage, führt das im Allgemeinen zu geringer Korrelation.
 - d) Die Richtungsgleichheit oder -ungleichheit der Abweichung der x_i und y_i von ihren Mittelwerten spielt für die Stichprobenkorrelation keine Rolle.
5. Gegeben sei das Matrixprodukt $A^T B C$. Für welche Größen von A , B und C ist dieses Matrixprodukt definiert?
 - a) $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $C \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.
 - b) $A \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$, $B \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$, $C \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$.
 - c) $A \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$, $B \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$, $C \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$.
 - d) $A \in \mathbb{R}^{5 \times 2}$, $B \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$, $C \in \mathbb{R}^{10 \times 1}$.

6. Es seien $X = \begin{pmatrix} 1 & -0.4 \\ 1 & 0.9 \\ 1 & -0.2 \\ 1 & 0.4 \\ 1 & -0.7 \end{pmatrix}$ und $\beta = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie $X\beta$!

$$\text{a) } X\beta = \begin{pmatrix} 4.6 \\ 5.9 \\ 4.8 \\ 5.4 \\ 4.3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } X\beta = \begin{pmatrix} 4.2 \\ 6.8 \\ 4.6 \\ 5.8 \\ 3.6 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } X\beta = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 6.5 \\ 1.0 \\ 4.0 \\ -1.5 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } X\beta = \begin{pmatrix} -0.4 \\ 0.9 \\ -0.2 \\ 0.4 \\ -0.7 \end{pmatrix}$$

7. Gegeben sei ein n -dimensionaler Vektor $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$. Welche Aussage trifft dann zu?

- a) $x^T x = \sum_{i=1}^n x_i$
- b) $x^T x = \sum_{i=1}^n |x_i|$
- c) $x^T x = \sum_{i=1}^n x_i^2$
- d) $x^T x = \sum_{i=1}^n \sqrt{x_i}$

8. Was besagt das Theorem zur linear-affinen Transformation multivariater Normalverteilungen?

- a) Die marginalen Verteilungen einer multivariaten Normalverteilung sind ebenfalls multivariate Normalverteilungen.
- b) Die bedingten Verteilungen einer multivariaten Normalverteilung sind ebenfalls multivariate Normalverteilungen.
- c) Die Parameter einer gemeinsamen Normalverteilung ergeben sich als linear-affine Transformation der Parameter der sie induzierenden marginalen und bedingten Normalverteilungen.
- d) Jede linear-affine Transformation eines multivariat normalverteilten Zufallsvektors ist ebenfalls multivariat normalverteilt.

9. $\xi \sim N(\mu, \Sigma)$ sei ein multivariat normalverteilter Zufallsvektor mit den Parametern $\mu = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\Sigma = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. Welche Aussage ist NICHT korrekt?

- a) Die Anzahl der Komponenten des Zufallsvektors ξ ist zwei.
- b) Die Erwartungswerte der Komponenten des Zufallsvektors ξ sind 1 und 2.
- c) Die Kovarianz der Komponenten des Zufallsvektors ξ ist 3.
- d) Der Zufallsvektor ξ folgt einer sphärischen Normalverteilung.

10. Welche Aussage zur Definition des Allgemeinen Linearen Modells $y = X\beta + \varepsilon$ in generativer Form trifft zu?
- a) y ist ein nicht-beobachtbarer Zufallsvektor.
 - b) $X\beta$ ist der Erwartungswert von y .
 - c) Die Komponenten von ε sind identisch, aber nicht unabhängig verteilt.
 - d) Es gilt $\varepsilon \sim N(1_n, \sigma^2 I_n)$.
11. Welche Aussage zum Szenario von n unabhängig und identisch normalverteilten Zufallsvariablen in ALM-Matrixschreibweise trifft NICHT zu?
- a) Das Modell kann als $y = X\beta + \varepsilon$ mit $\varepsilon \sim N(0_n, \sigma^2 I_n)$ geschrieben werden.
 - b) Das Modell kann als $y \sim N(X\beta, \sigma^2 I_n)$ geschrieben werden.
 - c) Die Designmatrix des Modells ist die Einheitsmatrix, $X := I_n$.
 - d) Für den Varianzparameter gilt $\sigma^2 > 0$.
12. Welche Aussage über die frequentistische Verteilung des Betaparameterschätzers ist NICHT korrekt?
- a) Der Betaparameterschätzer ist ein unverzerrter Schätzer des Betaparametervektors.
 - b) Der Erwartungswert des Betaparameterschätzers entspricht dem wahren, aber unbekannten Wert des Betaparametervektors.
 - c) Die Kovarianzmatrix des Betaparameterschätzers ist $\sigma^2(X^T X)^{-1}$.
 - d) Die Verteilung des Betaparameterschätzers ist immer eine univariate Normalverteilung.
13. Welche Aussage zum Betaparameterschätzer $\hat{\beta}$ im ALM $y = X\beta + \varepsilon$ mit $\varepsilon \sim N(0_n, \sigma^2 I_n)$ trifft zu?
- a) Der Betaparameterschätzer hat die Form $(X^{-1}X)^T X^{-1}y$.
 - b) Der Betaparameterschätzer ist ein verzerrter Schätzer von β .
 - c) Der Betaparameterschätzer ist ein Maximum-Likelihood-Schätzer von β .
 - d) Die frequentistische Verteilung des Betaparameterschätzers hängt nicht von der Designmatrix ab.
14. Wie lautet die Formel für den (unverzerrten) Varianzparameterschätzer im Allgemeinen Linearen Modell?
- a) $\hat{\sigma}^2 = (y - \bar{y})^T (y - \bar{y})$
 - b) $\hat{\sigma}^2 = (y - X\hat{\beta})^T (y - X\hat{\beta})$
 - c) $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} (y - X\hat{\beta})^T (y - X\hat{\beta})$
 - d) $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-p} (y - X\hat{\beta})^T (y - X\hat{\beta})$
15. Welche der folgenden Größen hat KEINEN Einfluss auf die Breite des Konfidenzintervalls für den Erwartungswertparameter im Modell der unabhängig und identisch normalverteilten Zufallsvariablen?
- a) das Stichprobenmittel $\bar{y}$
 - b) die Stichprobenstandardabweichung s
 - c) der Stichprobenumfang n
 - d) das gewählte Konfidenzlevel δ
16. Was ist eine (zentrale) T-Zufallsvariable?

- a) Eine T-Zufallsvariable ist ein Quotient $Z/\sqrt{U/n}$, wobei Z normalverteilt mit Erwartungswertparameter ungleich 0 ist und U eine Chi-Quadrat-Zufallsvariable mit Freiheitsgradparameter n ist.
- b) Eine T-Zufallsvariable ist ein Quotient $Z/\sqrt{U/n}$, wobei Z standardnormalverteilt ist und U eine Chi-Quadrat-Zufallsvariable mit Freiheitsgradparameter n ist.
- c) Eine T-Zufallsvariable ist ein Quotient $\frac{U_1/n_1}{U_2/n_2}$, wobei U_1 nicht-zentral χ^2 -verteilt mit Freiheitsgradparameter n_1 und Nichtzentralitätsparameter $d \neq 0$ und U_2 χ^2 -verteilt mit Freiheitsgradparameter n_2 ist.
- d) Eine T-Zufallsvariable ist ein Quotient $\frac{U_1/n_1}{U_2/n_2}$, wobei U_1 und U_2 Chi-Quadrat-Zufallsvariablen mit den Freiheitsgradparametern n_1 und n_2 sind.
17. Gegeben seien $\hat{\sigma}^2$ und $\hat{\sigma}_0^2$ als Varianzparameterschätzer eines vollständigen und reduzierten Allgemeinen Linearen Modells, wobei das vollständige ALM die Designmatrix $X \in \mathbb{R}^{n \times p}$ hat. Wie lautet die Formel für den Likelihood-Quotienten zum Vergleich dieser Modelle?
- a) $\Lambda = \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_0^2} \right)^{\frac{n}{2}}$
- b) $\Lambda = \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_0^2} \right)^{\frac{p}{2}}$
- c) $\Lambda = \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_0^2} \right)$
- d) $\Lambda = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_0^2}}$
18. Welche Aussage zur F-Statistik trifft NICHT zu?
- a) Die F-Statistik basiert auf einem vollständigen und einem reduzierten Modell.
- b) Der Zähler der F-Statistik misst eine Reduktion einer residuellen Quadratsumme.
- c) Der Nenner der F-Statistik entspricht einem Varianzparameterschätzer.
- d) Die Anzahl der zusätzlichen Betaparameter im vollständigen gegenüber dem reduzierten Modell ist für die F-Statistik ohne Bedeutung.
19. Was ist die Testgütefunktion?
- a) eine Funktion, die die Wahrscheinlichkeitsdichte angibt, bestimmte Werte für die gemessenen Daten zu beobachten, gegeben dass die wahren, aber unbekannten Parameter bestimmte Werte haben
- b) eine Funktion, die, abhängig von den tatsächlich gemessenen Daten, Schätzer für die wahren, aber unbekannten Parameter berechnet
- c) eine Funktion, die die Wahrscheinlichkeit angibt, dass ein statistischer Test die Nullhypothese ablehnt, gegeben dass die wahren, aber unbekannten Parameter bestimmte Werte haben
- d) eine Funktion, die, abhängig von Signifikanzniveau α_0 , minimaler detektierbarer Effektstärke δ^* und gewünschter statistischer Power b , einen für den statistischen Test optimalen Stichprobenumfang berechnet
20. Welche Aussage zum Theorem zur Parameterschätzung im Einstichproben-T-Test Modell trifft zu?
- a) Der Betaparameterschätzer und das Stichprobenmittel der Daten sind identisch.
- b) Der Betaparameterschätzer ergibt sich zu $\hat{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2$.
- c) Der Varianzparameterschätzer und die Stichprobenstandardabweichung der Daten sind identisch.
- d) Der Varianzparameterschätzer ergibt sich zu $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \bar{y}|$.

21. Welche Aussage zum Anwendungsszenario eines Zweistichproben-T-Tests trifft NICHT zu?
- a) Man geht von zwei Gruppen (Stichproben) randomisierter experimenteller Einheiten aus.
 - b) Man setzt die Varianzparameter beider Gruppen als bekannt voraus.
 - c) Man setzt die Varianzparameter beider Gruppen als identisch voraus.
 - d) Man beabsichtigt, die Unsicherheit beim Vergleich der Gruppenerwartungswertparameter zu quantifizieren.
22. Wann nimmt das Effektstärkemaß η^2 seine Extremwerte an und wie lauten diese?
- a) $\eta^2 = -1$, wenn die within sum of squares gleich 0 ist, $\eta^2 = +1$, wenn die within sum of squares gleich der totalen Quadratsumme ist.
 - b) $\eta^2 = 0$, wenn die between sum of squares gleich 0 ist, $\eta^2 = 1$, wenn die between sum of squares gleich der totalen Quadratsumme ist.
 - c) $\eta^2 = 0$, wenn die within sum of squares gleich 0 ist, $\eta^2 = 1$, wenn die within sum of squares gleich der totalen Quadratsumme ist.
 - d) $\eta^2 = 0$, wenn die between sum of squares gleich 0 ist, $\eta^2 = \infty$, wenn die between sum of squares gleich der totalen Quadratsumme ist.
23. Welche Aussage zum Anwendungsszenario einer einfaktoriellen Varianzanalyse (EVA) trifft NICHT zu?
- a) Man geht von zwei oder mehr Gruppen (Stichproben) randomisierter experimenteller Einheiten aus.
 - b) Man nimmt an, dass die Datenvariablen jeder Gruppe jeweils unabhängig und identisch χ^2 -verteilt sind.
 - c) Man setzt die Varianzparameter aller Gruppen als identisch voraus.
 - d) Faktorinteraktionen spielen bei einer einfaktoriellen Varianzanalyse keine Rolle.
24. Wie viele Faktoren mit jeweils wie vielen Leveln hat ein $2 \times 3 \times 2$ Studiendesign?
- a) 3 Faktoren mit 2, 3 und 2 Leveln.
 - b) 12 Faktoren mit jeweils $2 \times 3 \times 2$ Leveln.
 - c) 7 Faktoren mit jeweils $2 \times 3 \times 2$ Leveln.
 - d) 3 Faktoren mit jeweils 12 Leveln.
25. Welchen Wert hat der Erwartungswertparameter μ_{12} in einem additiven 2×2 ZVA-Modell mit Referenzgruppe für $\mu_0 = 0$, $\alpha_2 = 2$ und $\beta_2 = 2$?
- a) 0
 - b) 2
 - c) 4
 - d) μ_{12} kann aus diesen Angaben nicht berechnet werden.
26. Welche Aussage ist NICHT korrekt?
- a) Für drei multivariat normalverteilte Zufallsvariablen x, y, z kann man die bedingte Korrelation $\rho(x, y|z)$ aus den Korrelationen $\rho(x, y)$, $\rho(x, z)$, $\rho(y, z)$ ermitteln.
 - b) Ein Schätzer für die bedingte Korrelation $\rho(x, y|z)$ kann mithilfe der Stichprobenkorrelationskoeffizienten $r_{x,y}$, $r_{x,z}$, $r_{y,z}$ bestimmt werden.

- c) Für drei multivariat normalverteilte Zufallsvariablen x, y, z sind bedingte Korrelation und partielle Korrelation immer identisch.
- d) Für drei multivariat normalverteilte Zufallsvariablen x, y, z ist die bedingte Korrelation $\rho(x, y|z)$ immer gleich 0.
27. $X \in \mathbb{R}^{n \times 3}$ und $\beta = (\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2)^T$ seien die Designmatrix und der Betaparametervektor eines multiplen Regressionsmodells. Welche Nullhypothese wird durch die T-Statistik mit dem Kontrastgewichtsvektor $c = (0 \ 1 \ -1)^T$ getestet?
- a) $H_0: \beta_1 - \beta_2 = 0$
 - b) $H_0: \beta_1 + \beta_2 = 0$
 - c) $H_0: \beta_1 = 0 \wedge \beta_2 = 0$
 - d) $H_0: \beta_0 = 0 \wedge \beta_1 = 1 \wedge \beta_2 = -1$
28. Welchen Wert hat die Betaparameterschätzerkomponente des ersten kontinuierlichen Regressors in einem multiplen Regressionmodell mit Interzeptprädiktor und zwei kontinuierlichen Prädiktoren, wenn die partielle Korrelation der Daten mit dem ersten kontinuierlichen Regressor gegeben den zweiten kontinuierlichen Regressor gleich 0 und die Standardabweichung der Daten gleich 1 ist?
- a) -1
 - b) 0
 - c) $\frac{1}{2}$
 - d) 1
29. Worin besteht der Unterschied zwischen dem Modell der additiven einfaktoriellen Kovarianzanalyse und dem Modell der einfaktoriellen Kovarianzanalyse mit Interaktion?
- a) Letzteres erlaubt Unterschiede im Effekt der Kovariate auf die abhängige Variable zwischen Gruppen, ersteres nicht.
 - b) Ersteres erlaubt Unterschiede im Erwartungswertparameter zwischen Gruppen, letzteres nicht.
 - c) Ersteres erlaubt die Aufnahme von zwei oder mehr faktoriellen Variablen, letzteres nicht.
 - d) Letzteres modelliert Interaktionseffekte auf die Erwartungswertparameter der Gruppen, ersteres nicht.
30. Gegeben sei das Modell der einfaktoriellen Kovarianzanalyse mit Interaktion, wobei p die Anzahl der Faktorlevel und $n_1, \dots, n_p$ die Anzahlen der Einheiten pro Faktorlevel seien. Wie viele Spalten hat die Designmatrix dieses Modells?
- a) p
 - b) $p + 1$
 - c) $2p$
 - d) $2 \sum_{i=1}^p n_i$

Lösungen:

1. c)
2. b)
3. d)
4. d)
5. c)
6. b)
7. c)
8. d)
9. c)
10. b)
11. c)
12. d)
13. c)
14. d)
15. a)
16. b)
17. a)
18. d)
19. c)
20. a)
21. b)
22. b)
23. b)
24. a)
25. b)
26. d)
27. a)
28. b)
29. a)
30. c)