

Vorlesung „Allgemeines Lineares Modell“ – Merkblatt „Modellformulierungen“

Einheit	Modell	Datenvektor	Designmatrix	Beta-parameter	Dimensionen
(9)	Einstichproben-T-Test	$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$ $y \in \mathbb{R}^n$	$X = 1_n = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$ $X \in \mathbb{R}^{n \times 1}$	$\beta = \begin{pmatrix} \mu \end{pmatrix}$ $\beta \in \mathbb{R}$	n – Anzahl Datenpunkte
(9)	Zweistichproben-T-Test	$y = \begin{pmatrix} y_{11} \\ \vdots \\ y_{1n_1} \\ y_{21} \\ \vdots \\ y_{2n_2} \end{pmatrix}$ $y \in \mathbb{R}^{(n_1+n_2)}$	$X = \begin{pmatrix} 1_{n_1} & 0_{n_1} \\ 0_{n_2} & 1_{n_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $X \in \mathbb{R}^{(n_1+n_2) \times 2}$	$\beta = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}$ $\beta \in \mathbb{R}^2$	n_1 – Anzahl Datenpunkte Gr. 1 n_2 – Anzahl Datenpunkte Gr. 2
(10)	Einfaktorielle Varianzanalyse	$y = \begin{pmatrix} y_{11} \\ \vdots \\ y_{1n_1} \\ y_{21} \\ \vdots \\ y_{2n_2} \\ \vdots \\ y_{p1} \\ \vdots \\ y_{pn_p} \end{pmatrix}$ $y \in \mathbb{R}^n$	$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$ $X \in \mathbb{R}^{n \times p}$	$\beta = \begin{pmatrix} \mu_0 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{pmatrix}$ $\beta \in \mathbb{R}^p$	p – Anzahl Gruppen $n = \sum_{i=1}^p n_i$ – Anzahl Datenpunkte n_i – Anzahl Datenpunkte Gr. i
(11)	Zweifaktorielle Varianzanalyse (2 × 2 ZVA mit Interaktion)	$y = \begin{pmatrix} y_{111} \\ \vdots \\ y_{11n_{11}} \\ y_{121} \\ \vdots \\ y_{12n_{12}} \\ y_{211} \\ \vdots \\ y_{21n_{21}} \\ y_{221} \\ \vdots \\ y_{22n_{22}} \end{pmatrix}$ $y \in \mathbb{R}^n$	$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $X \in \mathbb{R}^{n \times 4}$	$\beta = \begin{pmatrix} \mu_0 \\ \alpha_2 \\ \beta_2 \\ \gamma_{22} \end{pmatrix}$ $\beta \in \mathbb{R}^4$	$I = 2$ – Anzahl Level Faktor A $J = 2$ – Anzahl Level Faktor B $n = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J n_{ij}$ – Anzahl Datenpunkte n_{ij} – Anzahl Datenpunkte Zelle (i, j)

Einheit	Modell	Datenvektor	Designmatrix	Beta-parameter	Dimensionen
(1)	Einfache lineare Regression	$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$ $y \in \mathbb{R}^n$	$X = \begin{pmatrix} 1_n & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}$ $X \in \mathbb{R}^{n \times 2}$	$\beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{pmatrix}$ $\beta \in \mathbb{R}^2$	n – Anzahl Datenpunkte
(13)	Multiple lineare Regression	$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$ $y \in \mathbb{R}^n$	$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \dots & x_{np} \end{pmatrix}$ $X \in \mathbb{R}^{n \times p}$	$\beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix}$ $\beta \in \mathbb{R}^p$	n – Anzahl Datenpunkte p – Anzahl Regressoren
(13)	Multiple lineare Regression mit Interzept-Regressor	$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$ $y \in \mathbb{R}^n$	$X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{nm} \end{pmatrix}$ $X \in \mathbb{R}^{n \times (m+1)}$	$\beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{pmatrix}$ $\beta \in \mathbb{R}^{(m+1)}$	n – Anzahl Datenpunkte m – Anzahl unabhängige Variablen (UVs)
(14)	Additive einfaktorielle Kovarianzanalyse	$y = \begin{pmatrix} y_{11} \\ \vdots \\ y_{1n_1} \\ y_{21} \\ \vdots \\ y_{2n_2} \\ \vdots \\ y_{I1} \\ \vdots \\ y_{In_I} \end{pmatrix}$ $y \in \mathbb{R}^n$	$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{11} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & x_{1n_1} \\ 1 & 1 & 0 & x_{21} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 1 & 0 & x_{2n_2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & 1 & x_{I1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & 1 & x_{In_2} \end{pmatrix}$ $X \in \mathbb{R}^{n \times (I+1)}$	$\beta = \begin{pmatrix} \mu_0 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_I \\ \beta_0 \end{pmatrix}$ $\beta \in \mathbb{R}^{(I+1)}$	I – Anzahl Faktorlevel $n = \sum_{i=1}^I n_i$ – Anzahl Datenpunkte n_i – Anzahl Datenpunkte Gr. i
(14)	Einfaktorielle Kovarianzanalyse mit Interaktion	$y = \begin{pmatrix} y_{11} \\ \vdots \\ y_{1n_1} \\ y_{21} \\ \vdots \\ y_{2n_2} \\ \vdots \\ y_{I1} \\ \vdots \\ y_{In_I} \end{pmatrix}$ $y \in \mathbb{R}^n$	$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{11} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & x_{1n_1} & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & x_{21} & x_{21} & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 0 & x_{2n_2} & x_{2n_2} & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots \\ 1 & 0 & 1 & x_{I1} & 0 & x_{I1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 1 & x_{In_2} & 0 & x_{In_2} \end{pmatrix}$ $X \in \mathbb{R}^{n \times 2I}, \quad \beta \in \mathbb{R}^{2I}$	$\beta = \begin{pmatrix} \mu_0 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_I \\ \beta_0 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_I \end{pmatrix}$ I, n, n_i – siehe oben	