

Vorlesung „Allgemeines Lineares Modell“ – Merkblatt „Wahrscheinlichkeitsverteilungen“

Einheit	Verteilung	Voraussetzungen	Definition	Parameter
(4)	univariate Normalverteilung	$\xi \in \mathbb{R}$	$\xi \sim N(\mu, \sigma^2) \Leftrightarrow$ $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \mu)^2\right)$	$\mu \in \mathbb{R}$ – Erwartungswertparameter $\sigma^2 > 0$ – Varianzparameter
(4)	multivariate Normalverteilung	$\xi \in \mathbb{R}^n$	$\xi \sim N(\mu, \Sigma) \Leftrightarrow$ $p(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \Sigma }} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu)\right)$	$\mu \in \mathbb{R}^n$ – Erwartungswertparameter $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ p.d. – Kovarianzmatrixparameter
(6)	Chi-Quadrat-Verteilung	$Z_1, \dots, Z_n \sim N(0, 1)$ u.i.v.	$X := \sum_{i=1}^n Z_i^2 \sim \chi^2(n)$	$n \in \mathbb{N}_{>0}$ – Freiheitsgradparameter
(6)	nichtzentrale Chi-Quadrat-Verteilung	$Y_i \sim N(\mu_i, 1)$ u.v. für $i = 1, \dots, n$	$X := \sum_{i=1}^n Y_i^2 \sim \chi^2(\delta, n)$	$\delta := \sum_{i=1}^n \mu_i^2$ – Nichtzentralitätsparameter $n \in \mathbb{N}_{>0}$ – Freiheitsgradparameter
(7)	t -Verteilung	$Z \sim N(0, 1)$ und $U \sim \chi^2(n)$ u.v.	$T := \frac{Z}{\sqrt{U/n}} \sim t(n)$	$n \in \mathbb{N}_{>0}$ – Freiheitsgradparameter
(7)	nichtzentrale t -Verteilung	$X \sim N(\delta, 1)$ und $U \sim \chi^2(n)$ u.v.	$T := \frac{X}{\sqrt{U/n}} \sim t(\delta, n)$	$\delta \in \mathbb{R}$ – Nichtzentralitätsparameter $n \in \mathbb{N}_{>0}$ – Freiheitsgradparameter
(8)	f -Verteilung	$U_1 \sim \chi^2(n_1)$ und $U_2 \sim \chi^2(n_2)$ u.v.	$F := \frac{U_1/n_1}{U_2/n_2} \sim f(n_1, n_2)$	$n_1 \in \mathbb{N}_{>0}$ – Freiheitsgradparameter $n_2 \in \mathbb{N}_{>0}$ – Freiheitsgradparameter
(8)	nichtzentrale f -Verteilung	$U_1 \sim \chi^2(\delta, n_1)$ und $U_2 \sim \chi^2(n_2)$ u.v.	$F := \frac{U_1/n_1}{U_2/n_2} \sim f(\delta, n_1, n_2)$	$\delta \in \mathbb{R}_{>0}$ – Nichtzentralitätsparameter $n_1 \in \mathbb{N}_{>0}$ – Freiheitsgradparameter $n_2 \in \mathbb{N}_{>0}$ – Freiheitsgradparameter

u.v. = unabhängig verteilt; u.i.v. = unabhängig und identisch verteilt; p.d. = positiv-definit;

$\mathbb{R}$ = Menge der reellen Zahlen; $\mathbb{R}_{>0}$ = Menge der positiven reellen Zahlen; $\mathbb{N}_{>0}$ = Menge der positiven natürlichen Zahlen;

$\mathbb{R}^n$ = Menge der n -dimensionalen reellen Vektoren; $\mathbb{R}^{n \times n}$ = Menge der $n \times n$ reellen Matrizen.