Einführung in die Forschungsmethoden der Psychologie

BSc Philosophie-Neurowissenschaften-Kognition WiSe 23/24

BSc Psychologie WiSe 23/24

Prof. Dr. Dirk Ostwald

(10) Repräsentalismus

Historische Einordnung

Repräsentationstheorie

Diskussion und Probleme

Selbstkontrollfragen

Psychophysik und die Messbarkeit von Empfindungen

Fechner (1860) beschreibt eine Methode zur Messung der Intensität einer Empfindung

"Just noticable differences" von Empfindungen von Stimuli unterschiedlicher Intensität

$$\text{Weber-Fechner-Gesetz } p = k \ln \left(\frac{S}{S_0} \right) \tag{1}$$

Quantitative Beschreibung der Empfindungsstärke p durch den Logarithmus des Verhältnisses von physikalischer Stimulusintensität S und physikalischer Stimulusintensität an der Wahrnehmungsschwelle S_0 in Abhängigkeit von einer wahrnehmungsmodalitätsspezifischen Konstate k.

$\Rightarrow$ Aus Sicht der zeitgenössischen Physik handelt es sich dabei nicht um eine "Messung"

Historische Einordnung

Messkonzeption der Physik zwischen 1850 und 1950

“Fundamental measurement” und “Fundamental magnitudes”

- Messung von Größen, die sich mit der Größe des betrachteten Systems additiv ändern.
- Beispiele: Masse, Länge, Volumen, Teilchenanzahl, ...
- Physikalische Ordnungsrelation und Addivität als Grundvoraussetzung

“Derived measurement” und “Derived magnitudes”

- Messung von Größen, die sich mit der Größe des betrachteten Systems nicht (additiv) ändern
- Beispiele: Temperatur, Dichte, Viskosität, ...
- Rückführung auf Fundamentalmessungen als Grundvoraussetzung
- Temperatur als Quecksilberausdehnung, Dichte als Volumengewichtsverhältnis, ...

vgl. N. Campbell (1920)

Messkonzeption der Physik um 1920

CHAPTER X

FUNDAMENTAL MEASUREMENT

Summary. Measurement is the assignment of numerals to represent properties. Why is the process important and why is it applicable to some properties (e.g. weight) and not to others (e.g. colour)?

The answer must lie in some relation between numerals and measurable properties which does not apply to non-measurable properties. This relation is found in the common possession of order. The conception of order is analysed, as well as the relation between numerals and numbers. All measurable properties are capable of being placed in a natural order by means of definite physical laws which are true of them.

But the possession of order alone will not enable a property to be measured, except possibly by the use of previously established systems of measurement for other properties. In order that a property should be measured as a fundamental magnitude, involving the measurement of no other property, it is necessary that a physical process of addition should be found for it. By a physical process of addition is meant an operation which is similar in a certain manner to the mathematical operation of addition.

This similarity is analysed, the property of weight being taken as an example. It is shown that, if there is to be a satisfactory process of physical addition, two laws, the first and second laws of addition, must be fulfilled. Both these are definite physical laws, so that it is experiment and experiment only that can determine whether a property is fundamentally measurable. The two laws, though closely connected, are independent and one of them may be true without the other.

The difference between properties that are and those that are not capable of satisfactory addition is roughly that between quantities and qualities.

If a fundamental process of measurement can be found at all, the assignment of numerals to represent properties is perfectly definite, except for one arbitrary element, the unit.

N. Campbell (1920) (vgl. Helmholtz (1867), Michell, Ernst, and Hölder (1996) zu Hölder (1901))

Historische Einordnung

Kommitee der British Association for the Advancement of Science von 1932

SCIENCE

Vol. 103, No. 2684 Friday, June 7, 1946

On the Theory of Scales of Measurement

S. S. Stevens

Director, Psycho-Acoustic Laboratory, Harvard University

FOR SEVEN YEARS A COMMITTEE of the British Association for the Advancement of Science debated the problem of measurement. Appointed in 1932 to represent Section A (Mathematical and Physical Sciences) and Section J (Psychology), the committee was instructed to consider and report upon the possibility of "quantitative estimates of sensory events"—meaning simply: Is it possible to measure human sensation? Deliberation led only to disagreement, mainly about what is meant by the term measurement. An interim report in 1938 found one member complaining that his colleagues "came out by that same door as they went in," and in order to have another try at agreement, the committee begged to be continued for another year.

For its final report (1940) the committee chose a common bone for its contentions, directing its arguments at a concrete example of a sensory scale. This was the Sone scale of loudness (S. S. Stevens and H. Davis. *Hearing.* New York: Wiley, 1938), which purports to measure the subjective magnitude of an auditory sensation against a scale having the formal properties of other basic scales, such as those used to measure length and weight. Again the 19 members of the committee came out by the routes they entered, and their views ranged widely between two extremes. One member submitted "that any law purporting to express a quantitative relation between sensation intensity and stimulus intensity is not merely false but is in fact meaningless unless and until a meaning can be given to the concept of addition as applied to sensation" (Final Report, p. 245).

Stevens (1946) (vgl. N. R. Campbell and Jeffreys (1938))

Seit 2009 British Science Association

Historische Einordnung

Position Norman Robert Campbells (1880–1949)

- Physiker im Bereich der Elektrizitätsforschung am Hirst Research Center
- Prägung des Begriffs der "Fundamentalmessung" in N. Campbell (1920)
- Additivität als Grundvoraussetzung für den Begriff des Messens

Aus Stevens (1946) "One member submitted"that any law purporting to express a quantitative relation between sensation intensity and stimulus intensity is not merely false but is in fact meaningless unless and until a meaning can be given to the concept of addition as applied to sensation" (Final Report, p. 245)."

Aus Narens and Luce (1986) "Campbell, a member of the Commission and probably a major force in its creation 8 years earlier, wrote,"Why do not psychologists accept the natural and obvious conclusion that subjective measurements of loudness in numerical terms ... are mutually inconsistent and cannot be the basis of measurement?"

$\Rightarrow$ Semioperationalistische Definition des Messbegriffs

$\Rightarrow$ Additivität als Kernvoraussetzung für eine Fundamentalmessung

Historische Einordnung

Position Stanley Smiths Stevens (1906 – 1973)

- Psychophysiker im Bereich auditorische Wahrnehmung am Harvard Psychoacoustic Laborartory
- Entwicklung von *Steven's power law* in Generalisierung des Weber-Fechner Gesetzes
- Gründung der Psychonomic Society

Aus Stevens (1946) "Paraphrasing N. R. Campbell (Final Report, p. 340), we may say that *measurement*, in the broadest sense, *is defined as the assignment of numerals to objects or events according to rules*. The fact that numerals can be assigned under *different rules* leads to *different kinds of scales* and *different kinds of measurement*. The problem then becomes that of making explicit (a) the various rules for the assignment of numerals, (b) the mathematical properties (or group structure) of the resulting scales, and (c) the statistical operations applicable to measurements made with each type of scale."

$\Rightarrow$ Operationalistische Definition des Begriffs des Messens

$\Rightarrow$ Fokus auf Skalen und zulässigen Rechenoperationen, Additivität als (nur) eine Möglichkeit

Klassifikation von Skalen nach Stevens (1946)

TABLE 1

Scale	Basic Empirical Operations	Mathematical Group Structure	Permissible Statistics (invariantive)
NOMINAL	Determination of equality	*Permutation group* $x' = f(x)$ $f(x)$ means any one-to-one substitution	Number of cases Mode Contingency correlation
ORDINAL	Determination of greater or less	*Isotonic group* $x' = f(x)$ $f(x)$ means any monotonic increasing function	Median Percentiles
INTERVAL	Determination of equality of intervals or differences	*General linear group* $x' = ax + b$	Mean Standard deviation Rank-order correlation Product-moment correlation
RATIO	Determination of equality of ratios	*Similarity group* $x' = ax$	Coefficient of variation

Aus Stevens (1946)

Psychologische Lehrbücher zur Statistik

Ein *Messvorgang* lässt sich allgemein dadurch charakterisieren, dass einem Objekt bezüglich der Ausprägung einer Eigenschaft eine Zahl zugeordnet wird. (...) Erforderlich sind eindeutige Regeln, nach denen diese Zuordnung erfolgt.

Bortz and Schuster (2010)

Tabellarische Darstellung der Skalenklassifikation nach Stevens

Incremental progress	Measure property	Mathematical operators	Advanced operations	Central tendency	Variability
Nominal	Classification, membership	=, ≠	Grouping	Mode	Qualitative variation
Ordinal	Comparison, level	>, <	Sorting	Median	Range, interquartile range
Interval	Difference, affinity	+, −	Comparison to a standard	Arithmetic mean	Deviation
Ratio	Magnitude, amount	×, /	Ratio	Geometric mean, harmonic mean	Coefficient of variation, studentized range

Wikipedia (2024)

Historische Einordnung

Psychologische Lehrbücher zur Statistik

Klassifikation von (erlaubten) Datenanalysen anhand von Skalenklassen

Tabelle 4 Verfahren zur Erklärung und Vorhersage der Variation in einer abhängigen Variablen. Die Zahlen in Klammern verweisen auf Kapitel bzw. Abschnitte, in denen die Verfahren behandelt werden

Unabhängige Variablen (UV)	Abhängige Variable (AV)		
	Stetig	Ordinalskaliert (kategorial mit geordneten Kategorien)	Nominalskaliert (kategorial mit ungeordneten Kategorien)
Metrisch	Multiple Regressionsanalyse (19) Hierarchische lineare Modelle (20) Lineare Strukturgleichungsmodelle (26)	Logistische Regression für ordinalskalierte Variablen (22.10)	Logistische Regression (22)
Kategorial	Multiple Regressionsanalyse mit Codiervariablen (19.11) Hierarchische lineare Modelle mit Codiervariablen (20) Varianzanalyse (13, 14) Multivariate Varianzanalyse (15)	Logistische Regression für ordinalskalierte Variablen (22.10) mit Codiervariablen als unabhängigen Variablen (19.11)	Logit-Modell (21.6) Logistische Regression (22) mit Codiervariablen als unabhängigen Variablen (19.11)
Metrisch und kategorial	**Keine Interaktion zwischen den UV** Kovarianzanalyse (19.12.1) **Interaktion zwischen den UV** Aptitude-Treatment-Interaktion-Analyse (19.12.3)	Logistische Regression für ordinalskalierte Variablen (22.10) mit Behandlung der UV nach Abschn. 19.12.1 (keine Interaktion) bzw. Abschn. 19.12.3 (mit Interaktion)	Logit-Modell (21.6) Logistische Regression (22) mit Behandlung der UV nach Abschn. 19.12.1 (keine Interaktion) bzw. Abschn. 19.12.3 (mit Interaktion)

Eid, Gollwitzer, and Schmitt (2017)

$\Rightarrow$ Aus datenanalytischer Sicht ist diese Denkweise spätestens seit Lord (1953) obsolet!

Historische Einordnung

Repräsentationstheorie

Diskussion und Probleme

Selbstkontrollfragen

Repräsentationstheorie

Begründet um 1950 durch Patrick Suppes

- Klärung des Begriffs des Messens über den Stand der Physik von 1950 hinaus
- Ausarbeitung und Differenzierung der Stevensschen Skalenklassifikation
- Nachweis der Fundamentalmessung ohne empirische Additivität

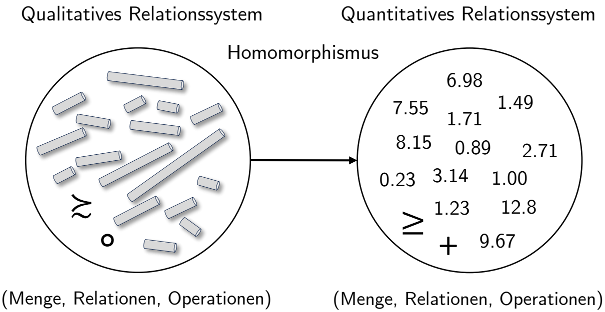
$\Rightarrow$ Anwendung des Programms des Logischen Empirismus mit Hochphase 1950 - 2000

Zentrale Arbeiten

- Scott and Suppes (1958) als Startpunkt
- Luce and Tukey (1964) als zentraler Beitrag
- Krantz et al. (1971), Suppes et al. (1989), Luce et al. (1990) als Gesamtwerk

Für ein einführendes vertieftes Verständnis wird Roberts (1984) empfohlen.

Grundmodell der Repräsentationstheorie



Mathematische Theorie aus Axiomen/Definitionen, Theoremen und Beweisen

Mengen und spezielle Mengen (Relationen, Operationen, Abbildungen) als Gegenstände

Relationen und Operationen

Relationen

- Relationen sind Beziehungen zwischen zwei Dingen (Objekten, Objekteigenschaften, Zahlen).
- Im qualitativen Relationssystem betrachtet die RT qualitative Relationen von empirischen Eigenschaften.
- Beispiele für qualitative Relationen sind "nicht wahrnehmbar kürzer als" oder "wärmer als".
- Qualitative Relationen werden oft mit $\succeq$, $\preceq$ oder $\diamond$ bezeichnet.
- Im quantitativen Relationssystem betrachtet die RT quantitative Relationen von Zahlen.
- Beispiel für quantitative Relationen sind $\geq$, $=$ und $\geq$.
- Formal sind Relationen Teilmengen des Kartesischen Produkts einer Menge mit sich selbst.

Operationen

- Operationen sind Verknüpfungen zwischen zwei Dingen (Objekten, Objekteigenschaften, Zahlen).
- Operationen verknüpfen zwei Dinge zu einem resultierenden dritten Ding.
- Im qualitativen Relationssystem betrachtet die RT empirische Konkatenationen als Operationen.
- Ein Beispiel für eine qualitative Operationen ist das Hintereinander legen zweier Stäbe.
- Qualitative Operationen werden oft mit $\circ$ bezeichnet.
- Im qualitativen Relationssystem betrachtet die RT mathematische Verknüpfungen als Operationen.
- Ein Beispiel für eine qualitative Operationen ist die Addition zweier reeller Zahlen.
- Quantitative Operationen werden mit den Standardsymbolen $+$, -, $\cdot$, $/$ bezeichnet.

Qualitatives und Quantitatives Relationssystem

Qualitatives Relationssystem

- Einheit $(M, \succeq, \circ)$ aus Objekteigenschaftsmenge M, qualitativer Relation $\succeq$ und qualitativer Operation $\circ$.
- Das qualitative Relationssystem wird in der Repräsentationstheorie als bekannt voraussgesetzt.
- Die qualitativen empirischen Eigenschaften von Dingen sind also nach Voraussetzung bekannt.
- Je nach Art des qualitativen Relationssystems haben Relationen und Operationen verschiedene Eigenschaften.
- Ein Beispiel für eine Relationseigenschaft ist die *Transititivät*

$$\text{Wenn } m \succeq n \text{ und } n \succeq p\text{, dann gilt } m \succeq p \text{ für alle } m, n, p \in M. \tag{2}$$

- Ein Beispiel für eine Operationseigenschaften ist die *Assoziativität*

$$(m \circ n) \circ p = m \circ (n \circ p). \tag{3}$$

Quantitatives Relationssystem

- Einheit $(\mathbb{R}, \geq, +)$ aus Zahlen $\mathbb{R}$, quantitativer Relation $\geq$ und quantitativer Operation $+$.
- Das quantitative Relationssystem entspricht meist den vetrauten Zahlräumen und Zahlenoperationen.
- Je nach Art des quantitativen Relationssystems haben Relationen und Operationen verschiedene Eigenschaften.
- In $(\mathbb{R}, \geq, +)$ gelten zum Beispiel auch die *Transitivität* und *Assoziativität*, denn

$$x \geq y \text{ und } y \geq z \Rightarrow x \geq z \text{ und } (x + y) + z = x + (y + z) \text{ für alle } x, y, z \in \mathbb{R}. \tag{4}$$

Homomorphismen und Skalen

Homomorphismen

- Homomorphismen sind "strukturerhaltende" Abbildungen zwischen den Relationssystemen.
- Eine Abbildung $f : M \to \mathbb{R}$ heißt im obigen Beispiel strukturerhaltend, wenn gilt dass,

$$m \succeq n \Rightarrow f(m) \geq f(n) \text{ und } f(m \circ n) = f(m) + f(n) \text{ für alle } m, n \in M. \tag{5}$$

- $\Rightarrow$ Die Funktionswerte von m und n in $\mathbb{R}$ steht "in der gleichen Relation" wie m und n in M.
- $\geq$ im quantitativen Relationssystem spiegelt dann $\succeq$ im qualitativen Relationssystem.
- $\Rightarrow$ Der Funktionswert der Verknüpfung von m und n gleicht der Verknüpfung der Funktionswerte von m,n.
- $+$ im quantitativen Relationssystem spiegelt dann $\circ$ im qualitativen Relationssystem.
- Die Betrachtung von $(M, \succeq, \circ)$ und $(\mathbb{R}, \geq, +)$ ist allerdings nur ein Beispiel.
- $\Rightarrow$ In der Repräsentationstheorie ist man an Spiegelungen beliebiger Relationen und Operationen interessiert.

Skalen

- Die Einheit $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ aus einem qualitativen Relationssystem $\mathcal{M}$, einem quantitativen Relationssystem $\mathcal{N}$ und einem Homomorphismen f zwischen ihnen wird in der Repräsentationstheorie als *Skala* bezeichnet.
- Der Skalenbegriff der Repräsentationstheorie erweitert und schärft den Skalenbegriff nach Stevens (1946).
- Der Skalenbegriff der Repräsentationstheorie hat mit dem Wort "Skala" für einen Fragebogen wenig zu tun.

Repräsentationsproblem und Eindeutigkeitsproblem

Repräsentationsproblem

- Die Analyse von notwendigen und hinreichenden Bedingungen für die Existenz eines Homomorphismus zwischen den Relationssystemen wird Repräsentationsproblem genannt.
- Notwendige Bedingungen sind Eigenschaften der Relationssysteme, wenn ein Homomorphismus existiert.
- Hinreichende Bedingungen sind Eigenschaften der Relationssysteme zur Konstruktion eines Homomorphismus.
- Theoreme, die besagen, dass bestimmte Eigenschaften des qualitativen Relationssystems für die Existenz eines Homomorphismus notwendig und hinreichend sind, werden *Repräsentationstheoreme* genannt.
- Wenn ein Homomorphismus existiert, dann ist im Sinne der Repräsentationstheorie eine "Messung" möglich.

Eindeutigkeitsproblem

- Das Eindeutigkeitsproblem der Repräsentationstheorie besteht darin, zu bestimmen, ob ein existierender Homomorphismus zwischen einem qualitativen und einem quantitativen Relationssysteme der einzige mögliche ist.
- Die Antworten auf Eindeutigkeitsprobleme legen die Skalenarten fest, insbesondere sind die Homomorphismen dort nicht eindeutig, sondern durch sogenannte *zulässige Transformationen* ineinander überführbar.
- Eine Abbildung g heißt *zulässige Transformation*, wenn gilt, dass bei gegebenen Relationssystemen wenn f ein Homomorphismus ist, $g \circ f$ auch ein Homomorphismus ist.

Skalenarten

Gegeben sei eine Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ mit zugrundeliegenden Mengen M und $\mathbb{R}$ und Homomorphismus f. Weiterhin sei

$$\Phi := \{\phi | \phi : f(M) \to \mathbb{R}\} \tag{6}$$

die Menge der zulässigen Transformationen von $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$. Dann ist die *Skalenart* von $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ durch Φ bestimmt. Insbesondere gelten:

(1) Wenn die Menge der zulässigen Transformationen der Skala die Menge der *monoton steigenden Funktionen*

$$\Phi := \{\phi | \phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) \text{ mit } x > y \Leftrightarrow \phi(x) > \phi(y) \text{ für alle } x, y \in f(M)\} \tag{7}$$

ist, dann heißt $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ *Ordinalskala*.

(2) Wenn die Menge der zulässigen Transformationen der Skala die Menge der *positiv linear-affinen Funktionen*

$$\Phi := \{\phi | \phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := \alpha x + \beta \text{ mit } \alpha > 0\} \tag{8}$$

ist, dann heißt $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ *Intervallskala*.

(3) Wenn die Menge der zulässigen Transformationen der Skala die Menge der *Ähnlichkeitstransformationen*

$$\Phi := \{\phi | \phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := \alpha x \text{ mit } \alpha > 0\} \tag{9}$$

ist, dann heißt $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ *Verhältnisskala*.

Bedeutsamkeit

- Eine Statistik heißt im Sinne der Repräsentationstheorie *bedeutsam*, wenn für ihren Wert irrelevant ist, ob eine Skalentransformation auf der Ebene der Werte des Homomorphismus oder auf der Ebene der Werte der Statistik durchgeführt wird.

- Formaler gilt folgende Definition: $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ sei eine Skala und es seien $m_1, ..., m_n \in M$, wobei M die dem qualitativen Relationssystem $\mathcal{M}$ zugrundeliegende Menge bezeichne. ϕ sei eine zulässige Transformation von f und γ sei eine *reellwertige Statistik*, d.h. eine Abbildung der Form

$$\gamma : f(M)^n \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}, (f(m_1), ..., f(m_n)) \mapsto \gamma(f(m_1), ..., f(m_n)) \tag{10}$$

  Dann wird γ eine *bedeutsame Statistik* genannt, wenn

$$\phi\left(\gamma\left(f(m_1), ..., f(m_n)\right)\right) = \gamma\left(\phi(f(m_1)), ..., \phi(f(m_n))\right) \tag{11}$$

- Im Folgenden zeigen wir, dass zum Beispiel der Mittelwert

$$\gamma : f(M)^n \to \mathbb{R}, (f(m_1), ..., f(m_n)) \mapsto \gamma(f(m_1), ..., f(m_n)) := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f(m_i) \tag{12}$$

  im Allgemeinen keine bedeutsame Statistik ist, wenn f eine Ordinalskala ist, aber eine bedeutsame Statistik, wenn f eine Intervall- oder Verhältnisskala ist.

Bedeutsamkeit

Beweis der Nicht-Bedeutsamkeit des Mittelwerts bei Ordinalskala

Es sei $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ sei eine Ordinalskala und ϕ eine zulässige Transformation von f, also eine monoton steigende Funktion. Für $f(M) \subset \mathbb{R}_{>0}$ und $n := 2$ seien $f(m_1) = 1$ und $f(m_2) = 3$ und es sei ϕ die monotone Funktion

$$\phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := x^2. \tag{13}$$

Dann gilt

$$\phi(\gamma(f(m_1), f(m_2))) = \phi\left(\frac{1}{2}(1+3)\right) = \phi(2) = 2^2 = 4. \tag{14}$$

Es gilt aber auch

$$\gamma(\phi(f(m_1), \phi(f(m_2)))) = \gamma(\phi(1), \phi(3)) = \gamma\left(1^2, 3^2\right) = \frac{1}{2}(1+9) = 5. \tag{15}$$

Also gilt

$$\phi(\gamma(f(m_1), f(m_2))) = 4 \neq 5 = \gamma(\phi(f(m_1), \phi(f(m_2)))). \tag{16}$$

Bedeutsamkeit

Beweis der Bedeutsamkeit des Mittelwerts bei Intervallskala

Es sei $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ sei eine Intervallskala und ϕ eine zulässige Transformation von f, also eine Funktion der Form

$$\phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := \alpha x + \beta \text{ mit } \alpha > 0 \tag{17}$$

Dann gilt

$$
\begin{aligned}
\phi(\gamma(f(m_1), ..., f(m_n))) &= \phi\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n f(m_i)\right) \\
&= \alpha\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n f(m_i)\right) + \beta \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \alpha f(m_i) + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \beta \\
&= \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^n \alpha f(m_i) + \sum_{i=1}^n \beta\right) \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (\alpha f(m_i) + \beta) \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \phi(f(m_i)) \\
&= \gamma(\phi(f(m_1)), ..., \phi(f(m_n))).
\end{aligned}
$$

$\square$

Bedeutsamkeit

Beweis der Bedeutsamkeit des Mittelwertes bei Verhältnisskala

Es sei $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ eine Verhältnisskala und ϕ eine zulässige Transformation von f, also eine Ähnlichkeitstransformation der Form

$$\phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := \alpha x \text{ mit } \alpha > 0 \tag{18}$$

Dann gilt

$$\begin{aligned}
\phi(\gamma(f(m_1), ..., f(m_n))) &= \phi\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n f(m_i)\right) \\
&= \alpha \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n f(m_i) \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \alpha f(m_i) \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \phi(f(m_i)) \\
&= \gamma(\phi(f(m_1)), ..., \phi(f(m_n))).
\end{aligned} \tag{19}$$

□

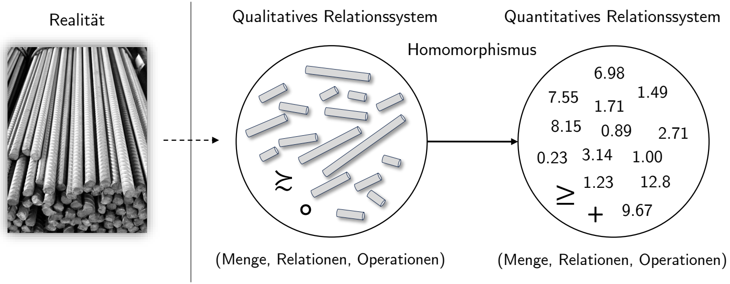
Historische Einordnung

Repräsentationstheorie

Diskussion und Probleme

Selbstkontrollfragen

Repräsentationstheorie und Realismus



Die Repräsentationstheorie setzt die Existenz des qualitativen Relationssystems voraus.

Die Repräsentationstheorie macht keine Aussage darüber, wie sich das qualitative Relationssystem ergibt.

Die Repräsentationstheorie hat kein Konzept eines wahren Wertes.

Repräsentationstheorie und Messfehler

Die Repräsentationstheorie geht von idealisierten qualitativen Relationssystemen aus.

Die Repräsentationstheorie verzichtet auf metaphysische Aussagen hinsichtlicher wahrer Werte, allerdings idealisiert sie qualitative Daten als "messfehlerfrei"; eine einzige Beobachtung, die nicht mit den Eigenschaften des qualitativen Relationssytems bereinstimmt, invalidiert das Anwendungspotential der Repräsentationstheorie.

Es fehlt ein "Messfehlerkonzept" in der empirischen Bestimmung des qualitiativen Relationssystems.

Versuche in diese Richtung führen auf probabilistische Modelle (vgl. Falmagne (1980), Rossi (2006)).

$\Rightarrow$ Die Repräsentationstheorie wird zur praktischen Entwicklung von Skalen nicht angewandt.

$\Rightarrow$ Im Bereich der Test- und Fragebogenentwicklung herrscht das Konzept der *Validität* vor.

Diskussion und Probleme

Repräsentationstheorie und Datenanalyse

Der *Bedeutsamkeitsbegriff* ist bedingt auf der Validität der Repräsentationstheorie.

Da Validität der Repräsentationstheorie in Anwendungsfällen nicht nachgewiesen wird, wird der Bedeutsamkeitsbegriff in der Datenanalyse ignoriert und seit Lord (1953) kritisiert.

Der präskriptive Charakter der Repräsentationstheorie hat zu wiederholten Kontoversen zwischen Messtheoretikern und Datenanalysten geführt (vgl. Lord (1953), Gaito (1980), Townsend and Ashby (1984), Michell (1986), Velleman and Wilkinson (1993), Cliff (1992)) jedoch ohne eine konstruktive Konklusion oder praktische Relevanz. Borsboom (2009) schreibt dazu:

"The scale type is often deemed very important for determining what kind of statistics may be used, and in this manner it exerts considerable influence on the practice of data analysis in psychology (or, in any event, on the conscience of psychologists doing the analyses). The prescriptive aspect of scales has been the subject of enduring controversies between measurement theoreticians and statisticians (...), mainly because statisticians refuse to be told what is admissible and what not by what they seem to perceive as an utterly impractical theory. However, apart from generating such controversies and acting on the psychologist's statistical conscience, scales and the associated theory of measurement have not entered mainstream psychology at all (Cliff, 1992)."

Diskussion und Probleme

Repräsentationstheorie als Operationalismus

Repräsentationstheorie als “operationalistische rationale Rekonstruktion” des Messens.

$\Rightarrow$ Anwendung des Programms des Logischen Empirismus ✓

$\Rightarrow$ Klare Formulierung, Einordnung und Ausarbeitung des Stevensschen Skalenklassifikation ✓

$\Rightarrow$ Nachweis der Fundamentalmessung ohne empirische Additivität ✓

Die Repräsentationstheorie rechfertigt die epistemische und soziale Autorität des Messens nicht.

$\Rightarrow$ Axiom der Repräsentationstheorie werden in der Anwendung nicht überprüft.

$\Rightarrow$ Die Repräsentationstheorie spielt in der psychologischen Anwendung keine Rolle.

Historische Einordnung

Repräsentationstheorie

Diskussion und Probleme

Selbstkontrollfragen

Selbstkontrollfragen

1. Erläutern Sie die Begriffe der Relationen und Operationen im Kontext der Repräsentationstheorie.
2. Erläutern Sie die Begriffe des qualitativen und des quantitativen Relationssystems der Repräsentationstheorie.
3. Erläutern Sie den Begriff des Homomorphismus der Repräsentationstheorie.
4. Erläutern Sie den Begriff der Skala im Kontext der Repräsentationstheorie.
5. Erläutern Sie die Begriffe des Repräsentations- und des Eindeutigkeitsproblems der Repräsentationstheorie.
6. Nennen und erläutern Sie die von Stevens (1946) vorgeschlagenen Skalenarten.

Referenzen I

Borsboom, Denny. 2009. *Measuring the Mind: Conceptual Issues in Contemporary Psychometrics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Bortz, Jürgen, and Christof Schuster. 2010. *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler*. 7., vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage. Springer-Lehrbuch. Berlin Heidelberg: Springer.

Campbell, N. R., and H. Jeffreys. 1938. "Symposium: Measurement and Its Importance for Philosophy." *Aristotelian Society Supplementary Volume* 17 (1): 121–50. https://doi.org/10.1093/aristoteliansupp/17.1.121.

Campbell, Norman. 1920. *Physics - The Elements*. Cambridge: Univ. Press.

Cliff, Norman. 1992. "Abstract Measurement and the Revolution That Never Happened." *Psychological Science* 3 (3).

Eid, Michael, Mario Gollwitzer, and Manfred Schmitt. 2017. *Statistik und Forschungsmethoden: mit Online-Materialien*. 5., korrigierte Auflage. Weinheim Basel: Beltz.

Falmagne, Jean-Claude. 1980. "A Probabilistic Theory of Extensive Measurement." *Philosophy of Science* 47 (2): 277–96. https://doi.org/10.1086/288933.

Fechner, Gustav Theodor. 1860. *Elemente der Psychophysik*. Leizpig.

Gaito, John. 1980. "Measurement Scales and Statistics: Resurgence of an Old Misconception."

Helmholtz, Hermann von. 1867. *Handbuch Der Physiologischen Optik*. Leipzig: Voss.

Krantz, David H., Duncan Luce, Patrick Suppes, and Amos Tversky. 1971. *Foundations of Measurement, Vol. I*. Dover Publications.

Lord, Frederic M. 1953. "On the Statistical Treatment of Football Numbers." *American Psychologist* 8 (12): 750–51. https://doi.org/10.1037/h0063675.

Luce, Duncan, David Krantz, Patrick Suppes, and Amos Tvers. 1990. *Foundations of Measurement, Vol. III*. Dover Publications.

Luce, Duncan, and John Tukey. 1964. "Simultaneous Conjoint Measurement: A New Type of Fundamental Measurement." *Journal of Mathematical Psychology* 1 (1): 1–27. https://doi.org/10.1016/0022-2496(64)90015-X.

Michell, Joel. 1986. "Measurement Scales and Statistics: A Clash of Paradigms." *Psychological Bulletin* 100 (3): 298–407.

Referenzen II

Michell, Joel, Catherine Ernst, and Otto Ludwig Hölder. 1996. "The Axioms of Quantity and the Theory of Measurement," 18.

Narens, Louis, and R Duncan Luce. 1986. "Measurement: The Theory of Numerical Assignments." *Psychological Bulletin* 99 (2): 166–80.

Roberts, Fred S. 1984. *Measurement Theory with Applications to Decisionmaking, Utility, and the Social Sciences*. Encyclopedia of Mathematics and Its Applications ; Section, Mathematics and the Social Sciences, v. 7. Cambridge [Cambridgeshire] ; New York, NY, USA: Cambridge University Press.

Rossi, Giovanni Battista. 2006. "A Probabilistic Theory of Measurement." *Measurement* 39 (1): 34–50. https://doi.org/10.1016/j.measurement.2005.10.001.

Scott, Dana, and Patrick Suppes. 1958. "Foundational Aspects of Theories of Measurement." *Journal of Symbolic Logic* 23 (2): 113–28. https://doi.org/10.2307/2964389.

Stevens, S. S. 1946. "On the Theory of Scales of Measurement." *Science, New Series* 103 (2684): 677–80. https://www.jstor.org/stable/1671815.

Suppes, Patrick, David Krantz, Duncan Luce, and Amos Tversky. 1989. *Foundations of Measurement, Vol. II*. New York: Dover Publications.

Townsend, James T, and F Gregory Ashby. 1984. "Measurement Scales and Statistics: The Misconception Misconceived."

Velleman, Paul F., and Leland Wilkinson. 1993. "Nominal, Ordinal, Interval, and Ratio Typologies Are Misleading." *The American Statistician* 47 (1): 65. https://doi.org/10.2307/2684788.