

Ergebnisbericht

Die zweite Klausur zum Modul B2 Inferenzstatistik im Sommersemester 2022 fand am 13.02.2023 von 12.00 - 13.00 Uhr in Hörsaal 6, Gebäude 44 der OVGU mit 14 Teilnehmer:innen statt. Die Klausur bestand aus 30 Multiple Choice Aufgaben mit jeweils vier Antwortmöglichkeiten und jeweils genau einer richtigen Antwort. Die Klausur ist diesem Bericht beigelegt, richtige Antworten sind grün markiert.

Bewertungschema

Die Aufteilung der zugelassenen Noten auf die erreichten Prozentpunkte wurde anhand untenstehender Tabelle vorgenommen. Diese trifft folgende Zuordnung der erreichten Prozentpunkte zu den zugelassenen Noten anhand von geschlossenen Prozentpunktintervallen.

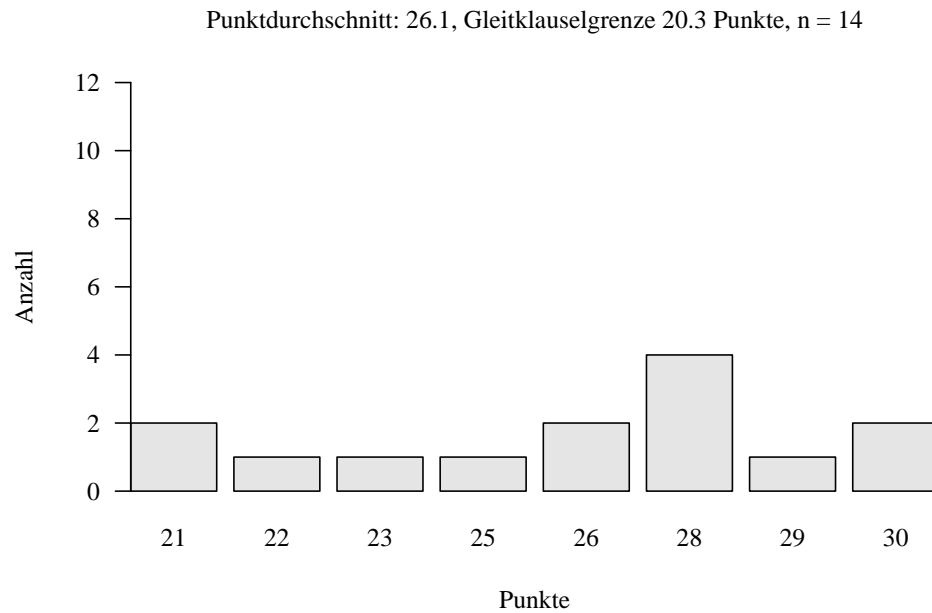
\leq	\geq	Note
100	95	1,0
94	90	1,3
89	85	1,7
84	80	2,0
79	75	2,3
74	70	2,7
69	65	3,0
64	60	3,3
59	55	3,7
54	50	4,0
49	0	5,0

Es ergibt sich folgendes Punktenotenschema, wobei < 15 Punkte mit 5.0 bewertet wurden.

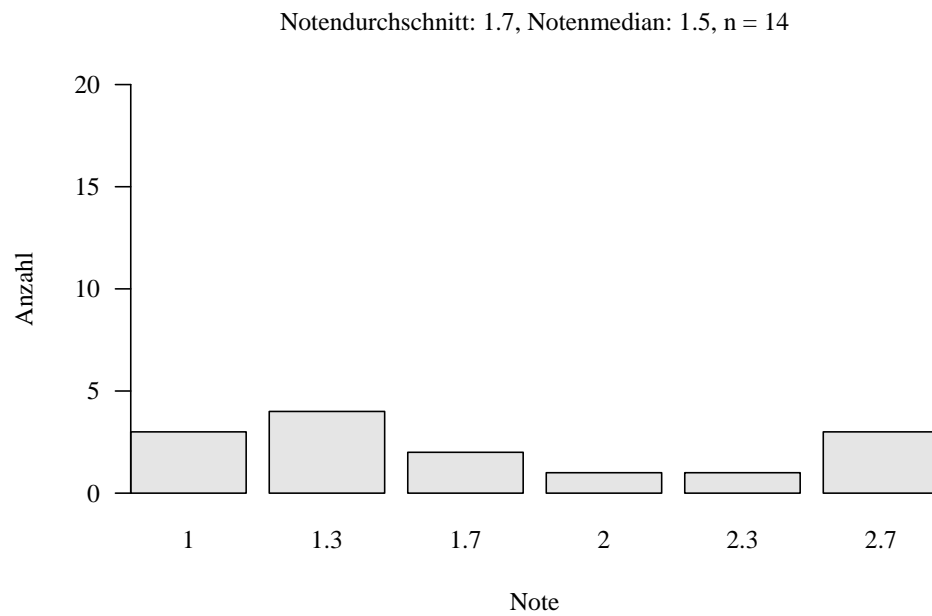
Punkte	Prozent	Note
30	100,0	1,0
29	96,7	1,0
28	93,3	1,3
27	90,0	1,3
26	86,7	1,7
25	83,3	2,0
24	80,0	2,0
23	76,7	2,3
22	73,3	2,7
21	70,0	2,7
20	66,7	3,0
19	63,3	3,3
18	60,0	3,3
17	56,7	3,7
16	53,3	4,0
15	50,0	4,0

Ergebnisse

Die nachfolgende Abbildung zeigt die absolute Häufigkeitsverteilung der erzielten Punkte.



Die nachfolgende Abbildung zeigt die absolute Häufigkeitsverteilung der erreichten Noten.



OTTO-VON-GUERICKE-UNIVERSITÄT MAGDEBURG

Institut für Psychologie

Abteilung Methodenlehre I: Methoden der experimentellen und neurowissenschaftlichen Psychologie

Prof. Dr. Dirk Ostwald

Klausur Modul B2 Inferenzstatistik

Termin: 13.02.2023

Name, Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

Bearbeitungshinweise

- Die Klausur besteht aus **30 Aufgaben**. Sie haben zur Bearbeitung **60 Minuten** Zeit.
- Bei jeder Aufgabe sind jeweils **vier Antwortmöglichkeiten** vorgegeben, es trifft **immer genau eine** Antwort zu. Bitte kreuzen Sie bei jeder Aufgabe die zutreffende Antwort an.
- Für jede richtig gelöste Aufgabe erhalten Sie einen Punkt.

Viel Erfolg!

1. Welche Aussage zur Definition der Ausgleichsgerade trifft zu?
 - a) Die Ausgleichsgerade ist eine quadratische Funktion.
 - b) Die Ausgleichsgerade ist eine Exponentialfunktion.
 - c) Die Ausgleichsgerade ist ohne Bezug zu einer Wertemenge definiert.
 - d) Die Ausgleichsgerade minimiert eine Summe von quadrierten Differenzen.

2. $f_{\beta} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f_{\beta}(x) := \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ sei die Ausgleichsgerade eines Datensatzes $\{(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\}$. Welche Aussage trifft zu?
 - a) $\hat{\beta}_0$ ist der Schnittpunkt der Ausgleichsgerade mit der x -Achse.
 - b) $\hat{\beta}_1$ ist der Schnittpunkt der Ausgleichsgerade mit der y -Achse.
 - c) $\hat{\beta}_0$ ist der Stichprobenmedian der $x_i, i = 1, \dots, n$.
 - d) $\hat{\beta}_1$ hängt von der Stichprobenkovarianz der (x_i, y_i) -Werte ab.

3. Welche Aussage zum Zusammenhang von Ausgleichsgerade und einfacher linearer Regression trifft zu?
 - a) Die Ausgleichsgeradenparameter und die ML Parameterschätzer der einfachen linearen Regression können nie identisch sein.
 - b) Das Modell der einfachen linearen Regression geht von normalverteilten Fehlervariablen aus, das Modell der Ausgleichsgerade dagegen nicht.
 - c) Bei der Ausgleichsgerade wird davon ausgegangen, dass die Daten Realisierungen von Bernoullizufallsvariablen sind.
 - d) Bei der einfachen linearen Regression wird davon ausgegangen, dass die Daten Realisierungen von Gammazufallsvariablen sind.

4. Für eine Wertemenge $\{(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\} \subset \mathbb{R}^2$ und ihre zugehörige Ausgleichsgerade $f_{\hat{\beta}}$ seien \bar{y} und \hat{y}_i für $i = 1, \dots, n$ das Stichprobenmittel der y -Werte und die durch die Ausgleichsgerade erklärten Werte, respektive. Welche Aussage trifft dann zu?
 - a) $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ ist die Total Sum of Squares.
 - b) $\sum_{i=1}^n (\bar{y} - \hat{y}_i)^2$ ist die Residual Sum of Squares.
 - c) $\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i + \bar{y})^2$ ist die Explained Sum of Squares.
 - d) Es gilt $SQT = SQE \cdot SQR$.

5. Welche Aussage zum Bestimmtheitsmaß R^2 bei Ausgleichsgerade und Korrelation trifft **nicht** zu?
 - a) R^2 ist die quadrierte Stichprobenkorrelation eines Datensatzes.
 - b) Es gilt $-1 \leq R^2 \leq 1$.
 - c) Für $R^2 = 0$ ist die erklärte Streuung der Daten durch die Ausgleichsgerade gleich null.
 - d) R^2 ergibt sich aus dem Verhältnis von Explained Sum of Squares und Total Sum of Squares.

6. Es seien

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, x := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } b := \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Dann gilt

- a) $Ax + b = (12, 4)^T$.
- b) $Ax + b = (10, 5)^T$.
- c) $Ax + b = (9, 2)^T$.
- d) $Ax + b = (8, 6)^T$.

7. Es sei $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Dann gilt

- a) Die Determinante von X ist -3 .
- b) Die Determinante von X ist 5 .
- c) Die Determinante von X ist 6 .
- d) Die Determinante von X ist nicht definiert.

8. Welche Aussage zur Inversen einer Matrix trifft zu?

- a) Die Inverse einer Matrix ist nur für Matrizen definiert, die nicht quadratisch sind.
- b) Multiplikation einer Matrix mit ihrer Inversen ergibt die Nullmatrix.
- c) Es gibt zu allen quadratischen Matrizen eine inverse Matrix.
- d) Die Inverse zu einer Matrix A wird mit A^{-1} bezeichnet.

9. Wie lautet die funktionale Form der WDF einer multivariaten Normalverteilung mit Parametern μ und Σ ?

- a) $p(v) := (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(v - \mu)^T \Sigma^{-1} (v - \mu)\right)$.
- b) $p(v) := (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \ln\left(-\frac{1}{2}(v - \mu)^T \Sigma^{-1} (v - \mu)\right)$.
- c) $p(v) := (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(v - \mu)^{-1} \Sigma^T (v - \mu)\right)$.
- d) $p(v) := (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}v^T (\Sigma - \mu)^{-1} v\right)$.

10. Welche Aussage zum Theorem zu Unabhängigen normalverteilten Zufallsvariablen trifft **nicht** zu?

- a) Kovarianzmatrixparameter der Form $\sigma^2 I_n$ werden *sphärisch* genannt.
- b) Das Theorem stellt eine Beziehung zwischen der WDF einer n -variaten Normalverteilung mit sphärischem Kovarianzmatrixparameter und der WDF der gemeinsamen Verteilung von n univariaten normalverteilten Zufallsvariablen her.
- c) Die unabhängigen univariaten normalverteilten Zufallsvariablen des Theorems haben nach Voraussetzung den gleichen Erwartungswert.
- d) Die unabhängigen univariaten normalverteilten Zufallsvariablen des Theorems haben nach Voraussetzung die gleiche Varianz.

11. Welche Aussage zur Definition des Allgemeinen Linearen Modells $y = X\beta + \varepsilon$ in generativer Form trifft zu?
- a) ε ist ein nicht-beobachtbarer Zufallsvektor.
 - b) Es gilt $\varepsilon \sim N(1_n, \sigma^2 0_n)$.
 - c) Die Komponenten von ε sind identisch, aber nicht unabhängig verteilt.
 - d) $X\beta$ ist der Kovarianzmatrixparameter von y .
12. Welche Aussage zum Szenario von n unabhängig und identisch normalverteilten Zufallsvariablen in ALM Matrixschreibweise trifft **nicht** zu?
- a) Das Modell kann als $y \sim N(X\beta, \sigma^2 I_n)$ geschrieben werden.
 - b) Das Modell hat zwei Parameter.
 - c) Für die Designmatrix gilt $X := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{pmatrix}^T$.
 - d) Der Betaparametervektor entspricht dem Erwartungswertparameter der Zufallsvariablen.
13. Welche Aussage zum Szenario der einfachen linearen Regression in ALM Matrixschreibweise trifft **nicht** zu?
- a) Für den Betaparametervektor gilt $\beta \in \mathbb{R}^2$.
 - b) Eine Spalte der Designmatrix besteht nur aus Einsen.
 - c) Eine Spalte der Designmatrix entspricht den Werten der abhängigen Variable.
 - d) Die Betaparameter können als y -Achsenabschnitt und Steigung der Gerade $X\beta$ interpretiert werden.
14. Welche Aussage zur Frequentistischen Verteilung des Betaparameterschätzers des ALMs trifft zu?
- a) $\hat{\beta} \sim N(\beta, \sigma^2 (X^T X)^T)$.
 - b) $\hat{\beta} \sim N(\beta, \sigma^2 (X^T X)^{-1})$.
 - c) $\hat{\beta} \sim N(\beta, \sigma^2 X^T X)$.
 - d) $\hat{\beta} \sim N(\beta, \sigma^2 X)$.
15. Welche Aussage zur Definition der T-Teststatistik trifft zu?
- a) Der Nenner der T-Teststatistik hat die Form $c^T \beta - c^T \beta_0$.
 - b) Der Nenner der T-Teststatistik hat die Form $c^T \hat{\beta} - c^T \beta_0$.
 - c) Der Nenner der T-Teststatistik hat die Form $\sqrt{\hat{\sigma}^2 c^T (X^T X)^{-1} c}$.
 - d) Der Nenner der T-Teststatistik hat die Form $\sqrt{\sigma^2 c^T (X^T X)^{-1} c}$.

16. Welche Aussage zur F-Statistik trifft **nicht** zu?
- a) Die F-Statistik ist eng mit einem Likelihood-Quotienten verwandt.
 - b) In der F-Statistik kommen Residualquadratsummen eines vollständigen und eines reduzierten Modells vor.
 - c) Die F-Statistik ist immer nichtzentral χ^2 -verteilt.
 - d) Die F-Statistik misst eine standardisierte Residualquadratsummenreduktion.
17. Wie viele Faktoren mit jeweils wie vielen Leveln hat ein $4 \times 2 \times 2$ Studiendesign?
- a) 3 Faktoren mit jeweils 16 Leveln.
 - b) 3 Faktoren mit 4, 2 und 2 Leveln, respektive.
 - c) 4 Faktoren mit jeweils 2×2 Leveln.
 - d) 16 Faktoren mit jeweils 1 Level.
18. Wie viele experimentelle Bedingungen hat ein $4 \times 2 \times 2$ faktorielles Studiendesign mit Crossed Design?
- a) 4.
 - b) 8.
 - c) 16.
 - d) 32.
19. Welche Aussage zum Theorem zur Parameterschätzung im Einstichproben-T-Test Modell trifft zu?
- a) Der Betaparameterschätzer und der Stichprobenmedian der y_1, \dots, y_n sind immer identisch.
 - b) Der Betaparameterschätzer ergibt sich zu $\hat{\beta} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n y_i$.
 - c) Der Varianzparameterschätzer und die Stichprobenstandardabweichung der y_1, \dots, y_n sind identisch.
 - d) Der Varianzparameterschätzer ergibt sich zu $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$.
20. Welche Aussage zum Theorem zur T-Teststatistik des Einstichproben-T-Tests trifft zu?
- a) Der Kontrastgewichtsvektor hat die Form $c = 1$.
 - b) Die T-Teststatistik hängt nicht von der Stichprobengröße n ab.
 - c) Die T-Teststatistik ist im Allgemeinen nichtzentral χ^2 -verteilt.
 - d) Der Nichtzentralitätsparameter der Verteilung der T-Teststatistik ist gegeben durch $\mu - \mu_0$.

21. Welche Aussage zum Anwendungsszenario eines Zweistichproben-T-Tests trifft **nicht** zu?
- a) Man geht von einer Gruppe (Stichprobe) randomisierter experimenteller Einheiten aus.
 - b) Man nimmt an, dass die Datenvariablen jeder Gruppe jeweils unabhängig und identisch normalverteilt sind.
 - c) Man setzt die Varianzparameter beider Gruppen als unbekannt voraus.
 - d) Man beabsichtigt, die Unsicherheit beim Vergleich der Gruppenerwartungswertparameter zu quantifizieren.
22. Welche Aussage zum Anwendungsszenario einer einfaktoriellen Varianzanalyse (EVA) trifft **nicht** zu?
- a) Man geht von zwei oder mehr Gruppen (Stichproben) randomisierter experimenteller Einheiten aus.
 - b) Man nimmt an, dass die Datenvariablen jeder Gruppe jeweils unabhängig und identisch χ^2 -verteilt sind.
 - c) Man setzt die Varianzparameter aller Gruppen als identisch voraus.
 - d) Faktorinteraktionen spielen bei einer einfaktoriellen Varianzanalyse keine Rolle.
23. Welche Aussage zur Betaparameterschätzung im EVA Modell in Effektdarstellung mit Referenzgruppe trifft zu?
- a) Die Effektparameter der Nicht-Referenzgruppen werden durch die Stichprobenmittel der entsprechenden Gruppen geschätzt.
 - b) Die Effektparameter der Nicht-Referenzgruppen werden durch die Differenzen zwischen ihren Stichprobenmitteln und dem Stichprobenmittel der Referenzgruppe geschätzt.
 - c) Der Referenzgruppeneffektparameter wird durch das Stichprobenmittel aller Datenpunkte geschätzt.
 - d) Der Referenzgruppeneffektparameter wird durch die Stichprobenvarianz aller Datenpunkte geschätzt.
24. Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Effektstärkenmaß η^2 und der F-Teststatistik F der EVA?
- a) $\eta^2 = F$.
 - b) $\eta^2 = F(p-1)(n-p)$.
 - c) $\eta^2 = \frac{F(p-1)}{F(p-1)+(n-p)}$.
 - d) $\eta^2 = \frac{F(p-1)}{F(p-1)-(n+p)}$.
25. Aus wie vielen Datenpunkten besteht ein Datensatz eines 3×2 Zweifaktoriellen Varianzanalyse (ZVA) Designs mit 20 Datenpunkten pro Zelle?
- a) 800.
 - b) 120.
 - c) 80.
 - d) 60.
26. Welchen Wert hat der Erwartungswertparameter μ_{22} in einem additiven 2×2 ZVA Modell mit Referenzgruppe für $\mu_0 = 0$, $\alpha_2 = 2$ und $\beta_2 = 2$?
- a) 0.
 - b) 2.
 - c) 4.
 - d) μ_{22} kann aus diesen Angaben nicht berechnet werden.

27. Es seien

$$X_1 := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad X_2 := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad X_3 := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad X_4 := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Welche dieser Matrizen ist eine mögliche Designmatrix des Modells einer additiven 2×2 ZVA (ohne Interaktion) mit 2 Datenpunkten pro Zelle?

- a) X_1 .
- b) X_2 .
- c) X_3 .
- d) X_4 .

28. Was ist **kein** typisches Ziel einer Multiplen Regressionsanalyse?

- a) Die Quantifizierung von Unsicherheit beim inferentiellen Vergleich zweier Gruppenerwartungswertparameter.
- b) Die Quantifizierung des Erklärungspotentials der Variation unabhängiger Variablen für die Variation einer abhängigen Variablen.
- c) Die Quantifizierung des Einflusses einzelner unabhängiger Variablen auf die abhängige Variable im Kontext anderer unabhängiger Variablen.
- d) Die Prädiktion von Werten einer abhängigen Variable aus Werten von unabhängigen Variablen nach Parameterschätzung.

29. Welche Aussage zu den Betaparameterschätzern im Rahmen der multiplen Regression und partiellen Stichprobenkorrelationen trifft zu?

- a) Die Betaparameterschätzer und partiellen Stichprobenkorrelationen hängen nicht zusammen.
- b) Die Betaparameterschätzer können sich von partiellen Stichprobenkorrelationen unterscheiden.
- c) Die Betaparameterschätzer sind immer mit partiellen Stichprobenkorrelationen identisch.
- d) Es gilt immer "Betaparameterschätzer = Anzahl Datenpunkte · Partielle Stichprobenkorrelation⁻¹"

30. Welcher Kontrastgewichtsvektor kann zum Testen der Nullhypothese zweier gleicher Regressoreffekte im Rahmen eines T-Tests bei einer Multiplen Regressionsanalyse mit drei Regressoren benutzt werden?

- a) $c = (1, 0, 0)$.
- b) $c = (1, 0, 1)$.
- c) $c = (1, -1, 0)$.
- d) $c = (1, -1, -1)$.